Übungsserie 10 – Physik II

- Die Übungsaufgaben sind entnommen aus:
  PHYSIK – Beispiele und Aufgaben;
  H. Stroppe, P. Streitenberger, E. Specht, J. Zeitler, H. Langer;
  Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2017.

- Als allgemeine Grundlagen vorrausgesetzt werden die Inhalt aus Physik I sowie übliche mathematische Beziehung (wie der Satz des Phytagoras, trigonometrische Zusammenhänge und Ableiten/Integrieren)

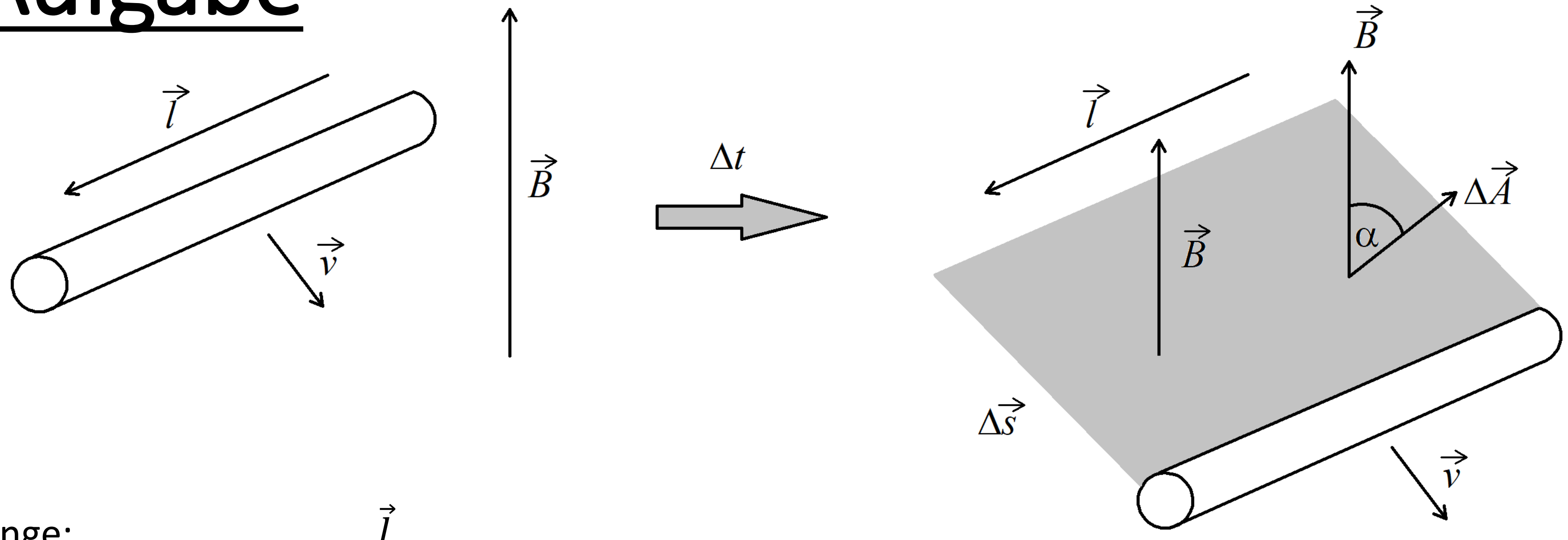
- Die Übung ist fakultativ, es müssen keine Übungsaufgaben abgegeben werden

- Es wird empfohlen die Aufgaben zunächst alleine zu lösen und erst dann mit den Lösungsblatt zu vergleichen (oder das Lösungsblatt zumindest nur für die Ansätze zu nutzen, falls man keine Idee zum Anfangen hat)

- Falls während der Bearbeitung Fragen entstehen, können diese an elias.baron@ovgu.de gestellt werden oder man bespricht sie persönlich im G16-145 (Büro)

643) Aufgabe

Skizze:

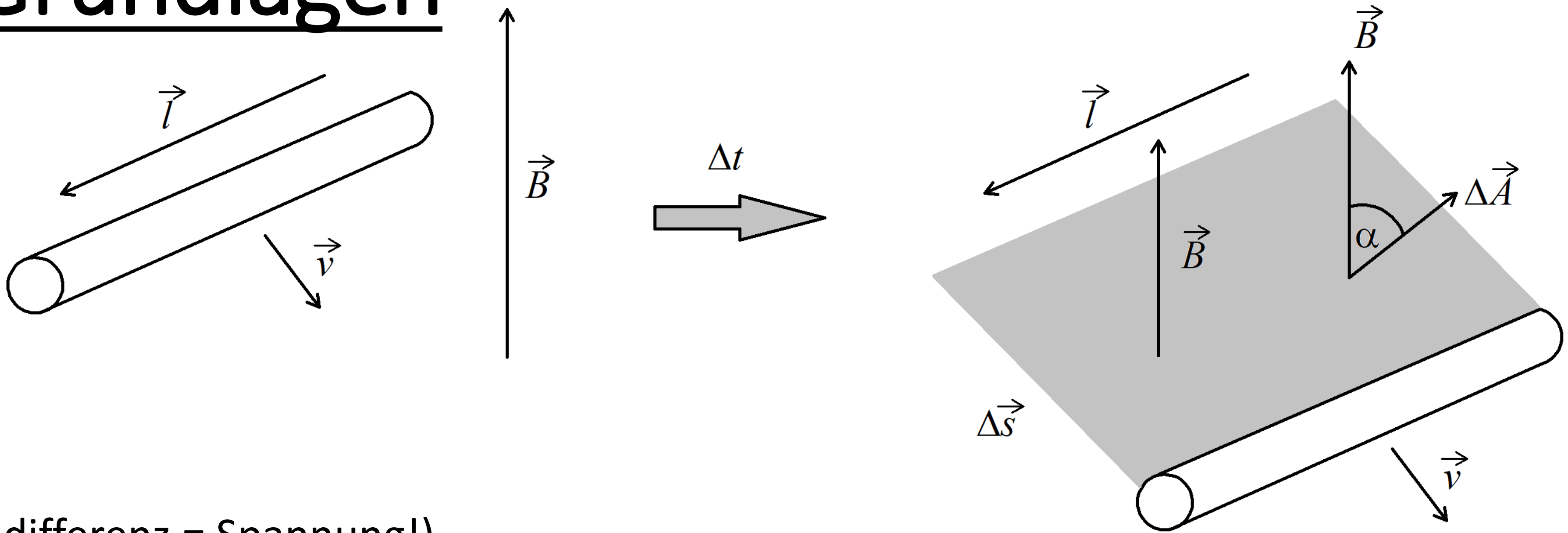


Drahtlänge:	$\vec{l}$
Drahtgeschwindigkeit:	$\vec{v}$
Magnetische Flussdichte:	$\vec{B}$
Zeitintervall:	Δt
Zurückgelegte Strecke:	$\Delta\vec{s}$
Erzeugte Fläche:	$\Delta\vec{A}$
Winkel:	$\alpha = \measuredangle(\vec{B}, \vec{A})$

Gesucht ist a) die Potentialdifferenz zwischen den Enden des Drahtes, wenn dieser sich durch das Magnetfeld bewegt sowie b) in welchem Fall die Potentialdifferenz maximal und in welchem sie 0 ist.

643) Grundlagen

Skizze:



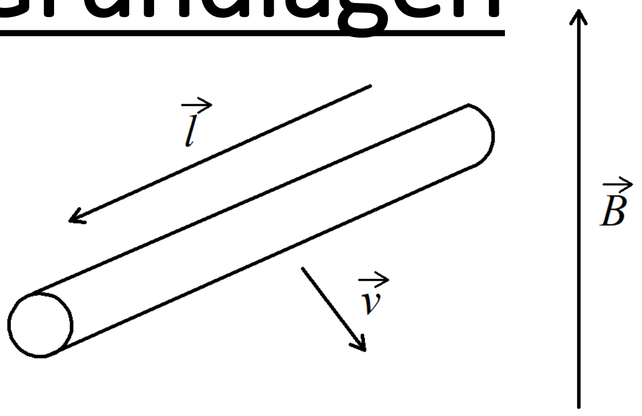
(Potentialdifferenz = Spannung!)

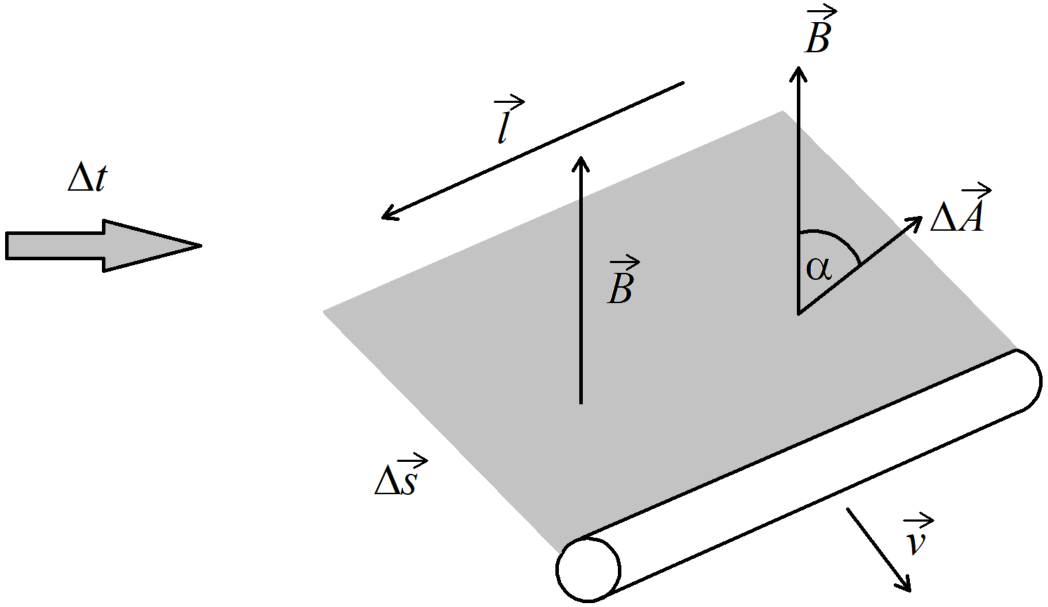
Induktionsgesetz für eine Leiterschleife:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \left(= -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}\right)$$

643) Grundlagen

Skizze:





(Potentialdifferenz = Spannung!)

Induktionsgesetz für eine Leiterschleife:

$$U_{\mathrm{ind}} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad \left(= -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right)$$

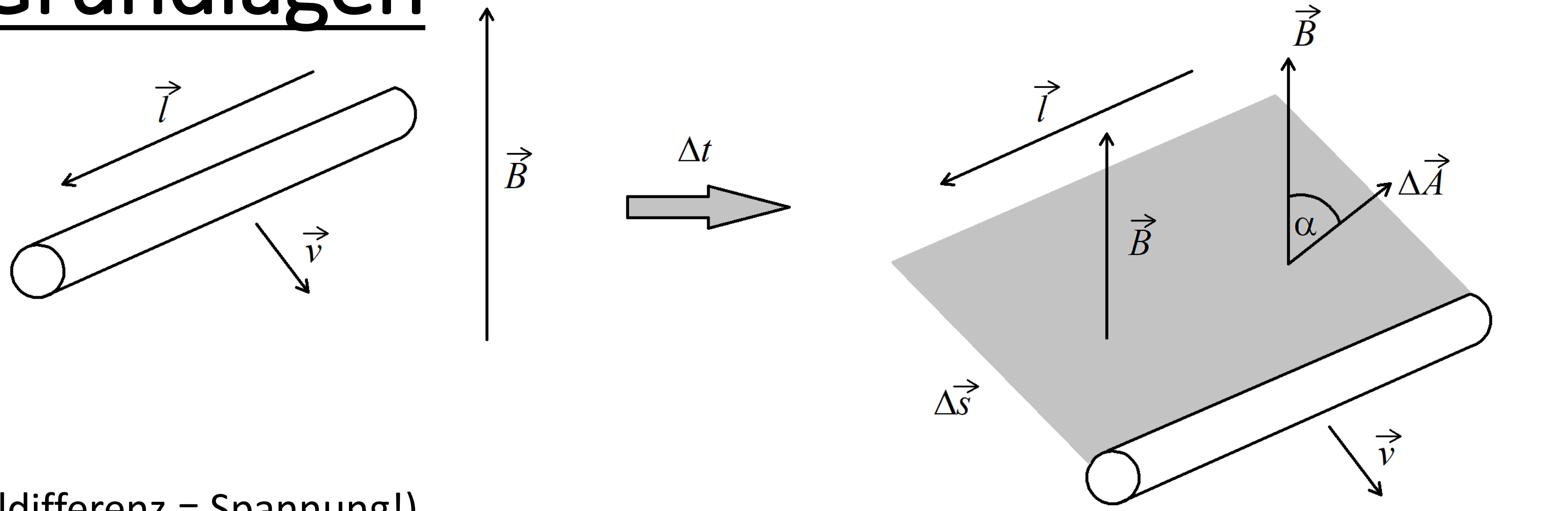
Magnetischer Fluss:

$$\Phi = \int \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{A} \quad \left(= \vec{B} \cdot \vec{A} \right)$$

($\vec{A}$ ist die von magn. Feldlinien durchsetzte Fläche)

643) Grundlagen

Skizze:



(Potentialdifferenz = Spannung!)

Induktionsgesetz für eine Leiterschleife:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} \quad \left(= -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \right)$$

Magnetischer Fluss:

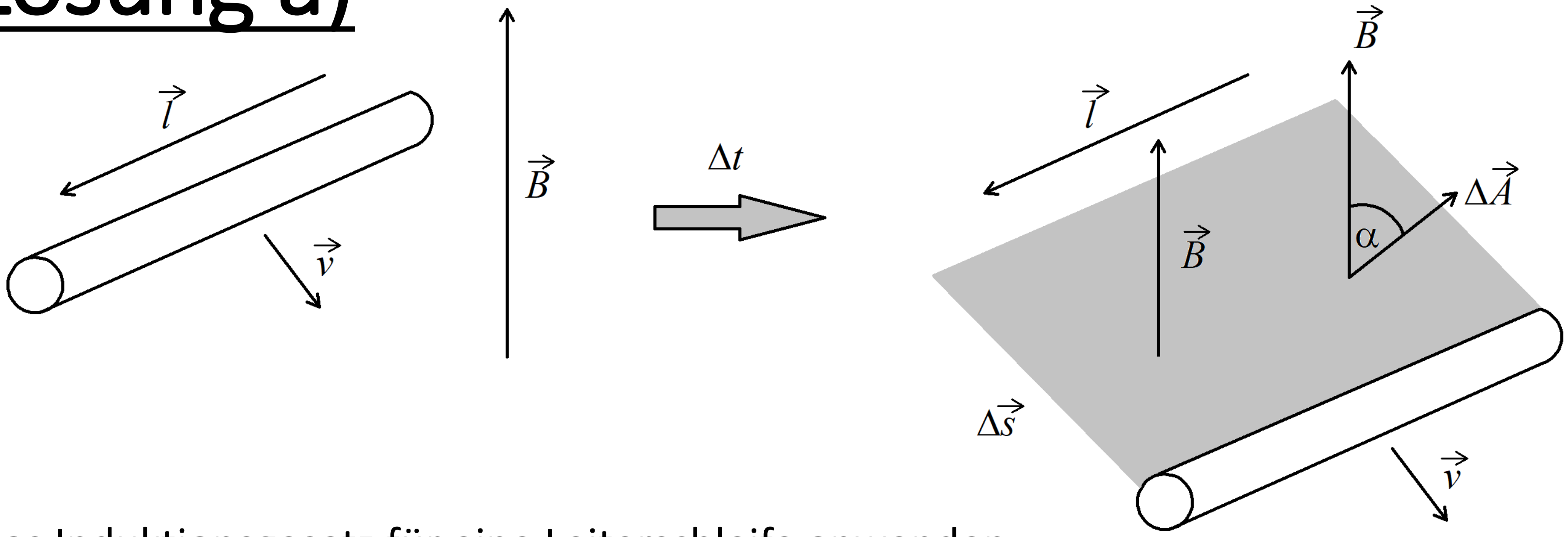
$$\Phi = \int \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{A} \quad \left(= \vec{B}\cdot\vec{A} \right)$$

($\vec{A}$ ist die von magn. Feldlinien durchsetzte Fläche)

Streng genommen ist $\vec{A}$ die *Flächennormale* zur Fläche A

643) Lösung a)

Skizze:

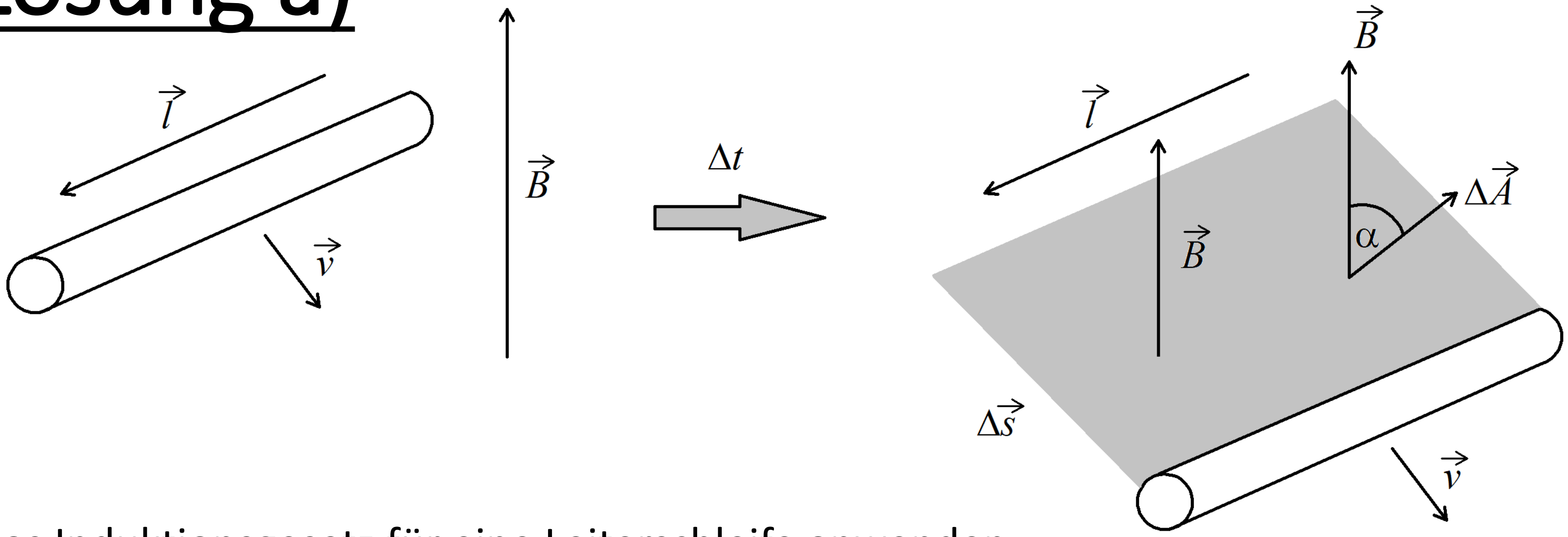


Wir wollen das Induktionsgesetz für eine Leiterschleife anwenden.

Dafür müssen wir den magnetischen Fluss $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$ (Skalarprodukt) kennen.

643) Lösung a)

Skizze:

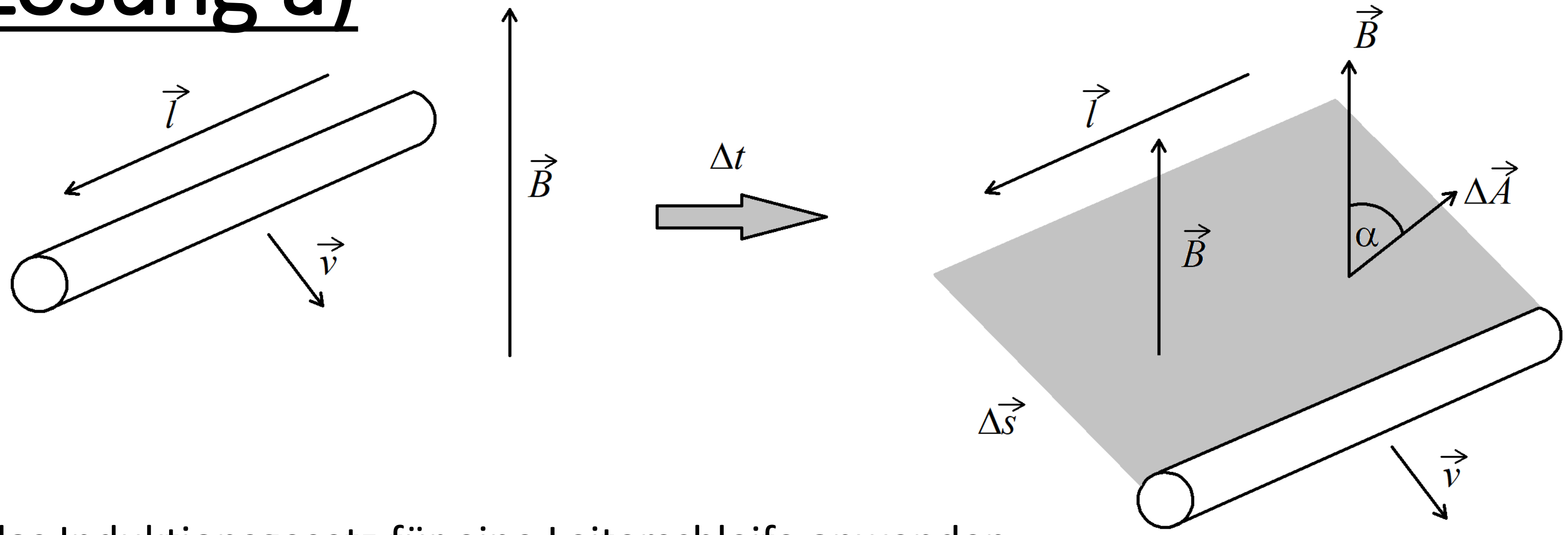


Wir wollen das Induktionsgesetz für eine Leiterschleife anwenden.
Dafür müssen wir den magnetischen Fluss $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$ (Skalarprodukt) kennen.
Um diesen zu berechnen, betrachten wir zunächst die, durch die Bewegung des Leiters, erzeugte Fläche $\Delta\vec{A}$:

$$\Delta\vec{A} = \vec{l} \times \Delta\vec{s} \qquad \text{(Kreuzprodukt)}$$

643) Lösung a)

Skizze:



Wir wollen das Induktionsgesetz für eine Leiterschleife anwenden.
Dafür müssen wir den magnetischen Fluss $\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$ (Skalarprodukt) kennen.
Um diesen zu berechnen, betrachten wir zunächst die, durch die Bewegung des Leiters, erzeugte Fläche $\Delta\vec{A}$:

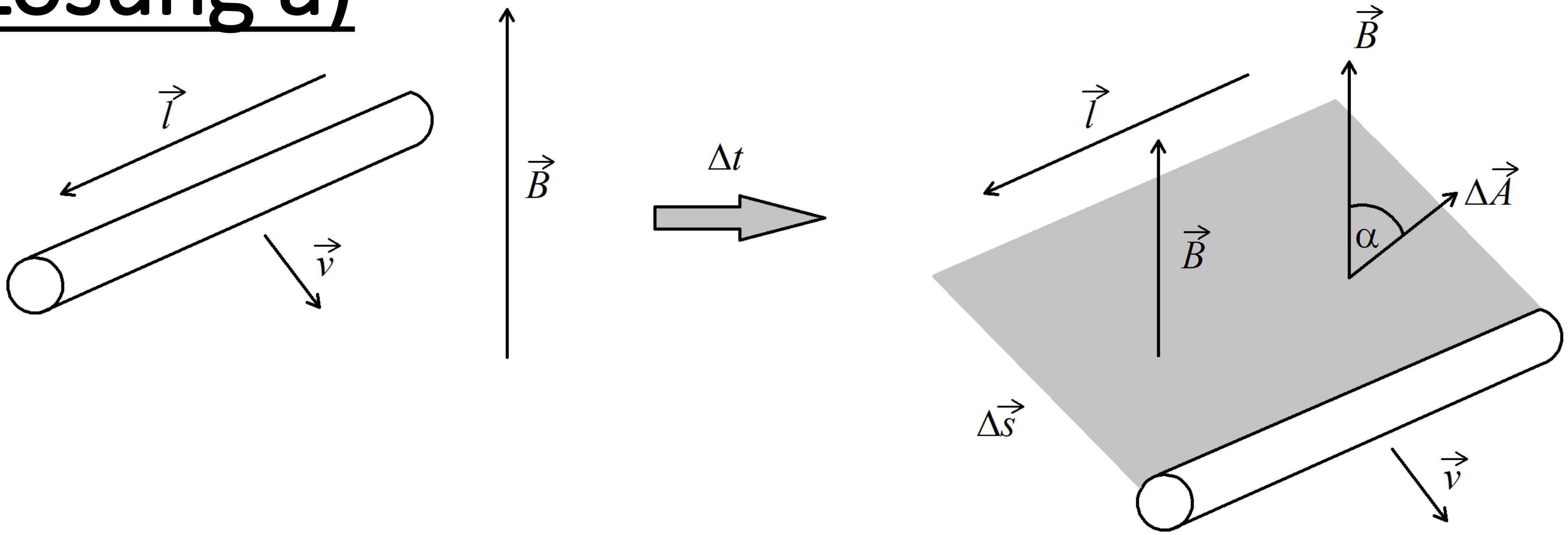
$$\Delta\vec{A} = \vec{l} \times \Delta\vec{s} \qquad \text{(Kreuzprodukt)}$$

Die zurückgelegte Strecke $\Delta\vec{s}$ ergibt sich natürlich über die Geschwindigkeit $\vec{v}$ und dem Zeitintervall Δt:

$$\Rightarrow \quad \Delta\vec{A} = \vec{l} \times \Delta\vec{s} = \vec{l} \times \vec{v} \cdot \Delta t$$

643) Lösung a)

Skizze:

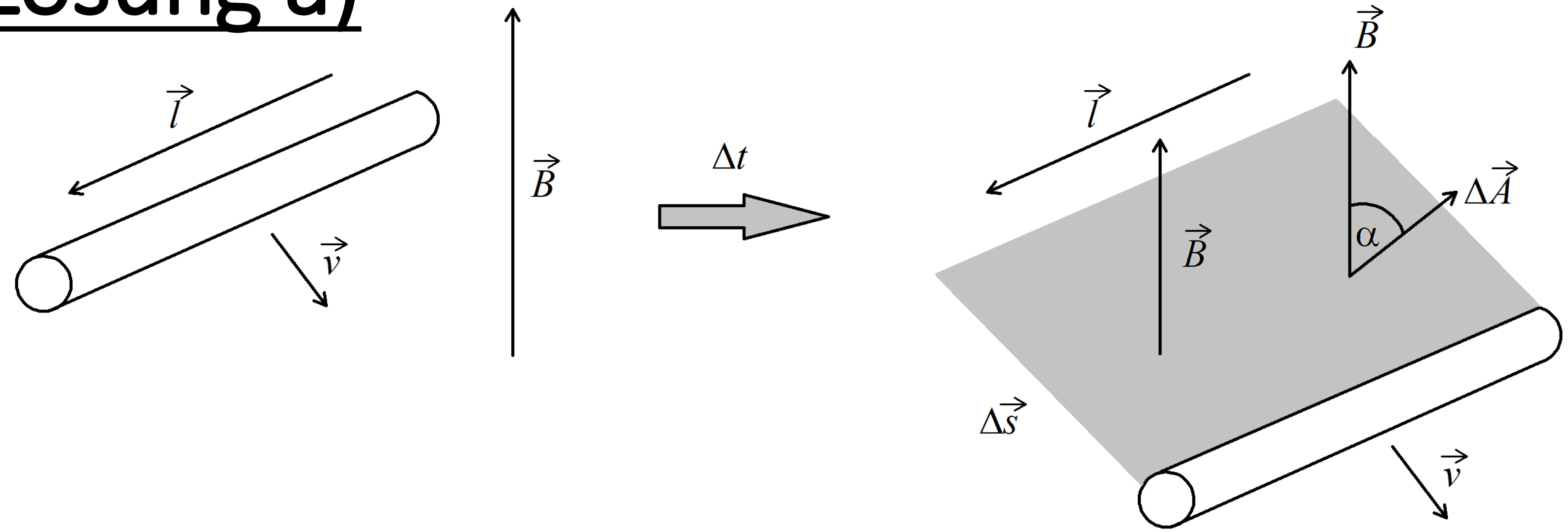


Nun können wir den magnetischen Fluss berechnen:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cdot \cos(\alpha)$$

643) Lösung a)

Skizze:



Nun können wir den magnetischen Fluss berechnen:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} = BA \cdot \cos(\alpha) \qquad \left(\text{Achtung:} \quad A = \left|\Delta\vec{A}\right| = \left|\vec{l} \times \vec{v} \cdot \Delta t\right| = \left|\vec{l} \times \vec{v}\right| \cdot \Delta t\right)$$

$$\Rightarrow \quad \Phi = B \cdot \left|\vec{l} \times \vec{v}\right| \cdot \Delta t \cdot \cos(\alpha)$$

643) Lösung a)

Da wir nun den magnetischen Fluss kennen, können wir die induzierte Spannung einfach ausrechnen zu:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

(einsetzen)

$$U_{\text{ind}} = -\frac{B \cdot \left|\vec{l} \times \vec{v}\right| \cdot \Delta t \cdot \cos(\alpha)}{\Delta t}$$

643) Lösung a)

Da wir nun den magnetischen Fluss kennen, können wir die induzierte Spannung einfach ausrechnen zu:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

(einsetzen)

$$U_{\text{ind}} = -\frac{B \cdot \left|\vec{l} \times \vec{v}\right| \cdot \Delta t \cdot \cos(\alpha)}{\Delta t}$$

(Δt kürzen)

$$\underline{\underline{U_{\text{ind}} = -B \cdot \left|\vec{l} \times \vec{v}\right| \cdot \cos(\alpha)}}$$

643) Lösung b)

Mit der Lösung von Aufgabenteil a) können wir nun sofort sagen, in welchem Bewegungszustand U_{ind} maximal oder 0 wird.

$$U_{\text{ind}} = -B \cdot \left|\vec{l} \times \vec{v}\right| \cdot \cos(\alpha)$$

643) Lösung b)

Mit der Lösung von Aufgabenteil a) können wir nun sofort sagen, in welchem Bewegungszustand U_{ind} maximal oder 0 wird.

$$U_{\mathrm{ind}} = -B \cdot \left|\vec{l} \times \vec{v}\right| \cdot \cos(\alpha)$$

Fangen wir mit dem Fall „0“ an:

Da $B = const.$ gilt, kann U_{ind} nur dann 0 sein, wenn $\left|\vec{l} \times \vec{v}\right| = 0$ oder $\cos(\alpha) = 0$ ist.

643) Lösung b)

Mit der Lösung von Aufgabenteil a) können wir nun sofort sagen, in welchem Bewegungszustand U_{ind} maximal oder 0 wird.

$$U_{\text{ind}} = -B \cdot \left|\vec{l} \times \vec{v}\right| \cdot \cos(\alpha)$$

Fangen wir mit dem Fall „0“ an:

Da $B = const.$ gilt, kann U_{ind} nur dann 0 sein, wenn $\left|\vec{l} \times \vec{v}\right| = 0$ oder $\cos(\alpha) = 0$ ist.

Somit gilt $U_{\text{ind}} = 0$ nur dann, wenn:

$$\underline{\underline{\vec{v} \parallel \vec{l}}} \Rightarrow \vec{l} \times \vec{v} = 0$$

643) Lösung b)

Mit der Lösung von Aufgabenteil a) können wir nun sofort sagen, in welchem Bewegungszustand U_{ind} maximal oder 0 wird.

$$U_{\mathrm{ind}} = -B \cdot \left|\vec{l} \times \vec{v}\right| \cdot \cos(\alpha)$$

Fangen wir mit dem Fall „0“ an:

Da $B = const.$ gilt, kann U_{ind} nur dann 0 sein, wenn $\left|\vec{l} \times \vec{v}\right| = 0$ oder $\cos(\alpha) = 0$ ist.

Somit gilt $U_{\mathrm{ind}} = 0$ nur dann, wenn:

$$\underline{\underline{\vec{v} \parallel \vec{l}}} \Rightarrow \vec{l} \times \vec{v} = 0$$

oder

$$\underline{\underline{\vec{v} \parallel \vec{B}}} \Rightarrow \vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \alpha = 90° \Rightarrow \cos(\alpha) = 0$$

643) Lösung b)

Für den Fall „maximal“ können wir ähnlich argumentieren.

643) Lösung b)

Für den Fall „maximal“ können wir ähnlich argumentieren.

Die induzierte Spannung wird dann maximal, wenn $\left|\vec{l} \times \vec{v}\right| = max.$ **UND** $\cos(\alpha) = max.$ ist.

643) Lösung b)

Für den Fall „maximal“ können wir ähnlich argumentieren.

Die induzierte Spannung wird dann maximal, wenn $\left|\vec{l} \times \vec{v}\right| = max.$ **UND** $\cos(\alpha) = max.$ ist.

Somit gilt $U_{\text{ind}} = max.$ nur dann, wenn:

$$\underline{\underline{\vec{v} \perp \vec{l}}} \Rightarrow \vec{l} \times \vec{v} = lv = max. \quad \textbf{und} \quad \underline{\underline{\vec{v} \perp \vec{B}}} \Rightarrow \vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \alpha = 0° \Rightarrow \cos(\alpha) = 1 = max.$$

Fertig ☺

643) Einschub

1. Was bedeuten die Lösungen von b)?

$\vec{v} \parallel \vec{l}$ heißt, dass sich der Draht in Richtung seiner Längsachse bewegt. Somit wird quasi keine Fläche „erzeugt“, die vom Magnetfeld durchsetzt werden könnte.

$\vec{v} \parallel \vec{B}$ meint, dass sich der Draht entlang der Magnetfeldlinien bewegt. Hier wird zwar eine Fläche „erzeugt“, allerdings wird diese in dem Fall nicht vom Magnetfeld durchsetzt, da die Magnetfeldlinien quasi in der Fläche liegen.

$\vec{v} \perp \vec{l}$ und $\vec{v} \perp \vec{B}$ bedeutet, dass sich der Draht senkrecht zu seiner Längsachse und zu den Magnetfeldlinien bewegt. Damit wird sowohl die erzeugte Fläche als auch die durchsetzte Fläche maximal, was einen maximalen magnetischen Fluss zur Folge hat.

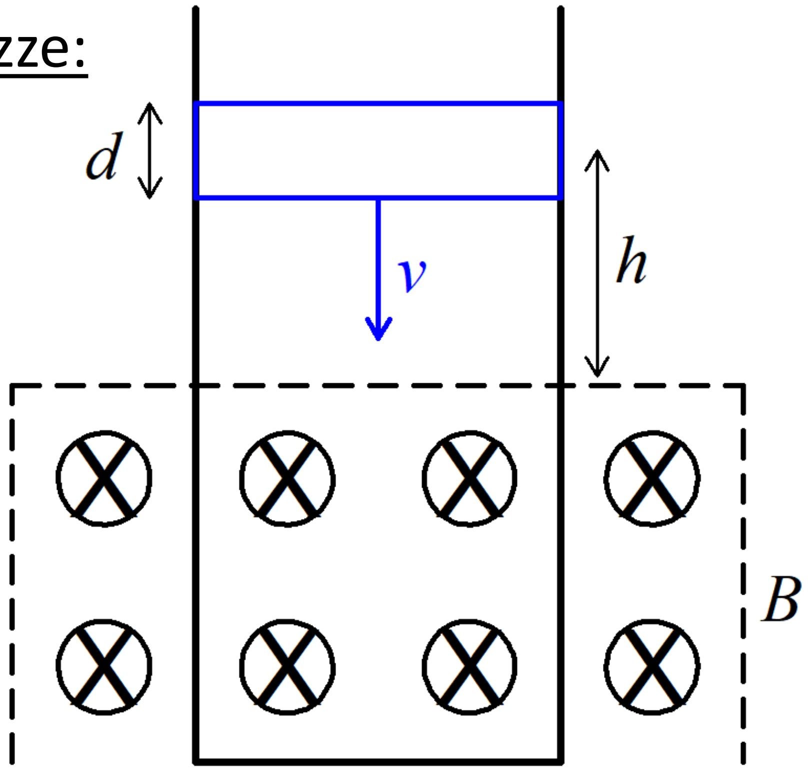
2. Bisher haben wir immer angenommen, dass $\vec{l} \perp \vec{B}$ gilt.

Natürlich wird U_{ind} auch dann zu 0, wenn $\vec{l} \parallel \vec{B}$ ist, da auch in diesem Fall eine erzeugte Fläche (unabhängig von $\vec{v}$) nicht vom Magnetfeld durchsetzt wird, weil die Magnetfeldlinien quasi in der Fläche liegen.

(nächste Aufgabe)

646) Aufgabe

Skizze:

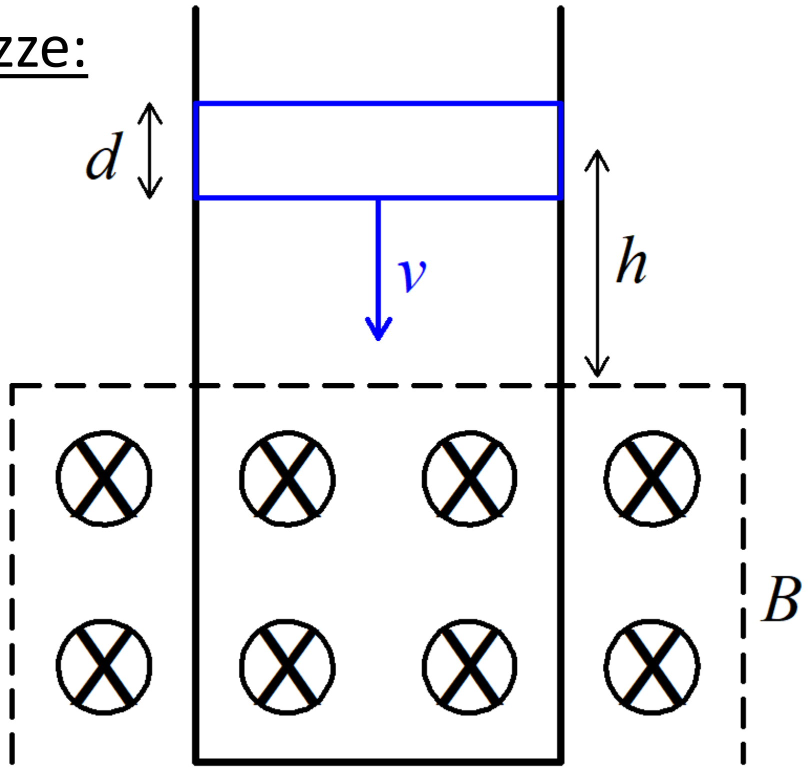


Länge des Leiters: $l = 40\text{mm} = 0{,}04\text{m}$
Dicke des Leiters: $d = 2\text{mm} = 0{,}002\text{m}$
Magn. Flussdichte: $B = 0{,}035\text{T}$
Dichte von Kupfer: $\varrho_{Cu} = 8{,}96 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
Spezifischer Widerstand: $\varrho_\text{R} = 1{,}78 \cdot 10^{-8} \Omega\text{m}$

Gesucht ist a) die Höhe h aus der der Leiter fallengelassen werden muss, damit er das magnetische Feld mit konstanter Geschwindigkeit v passiert und b) den Betrag der induzierte Spannung U_ind, des Strom I, der Bremskraft F und der elektrische Leistung P ist.

646) Grundlagen

Skizze:

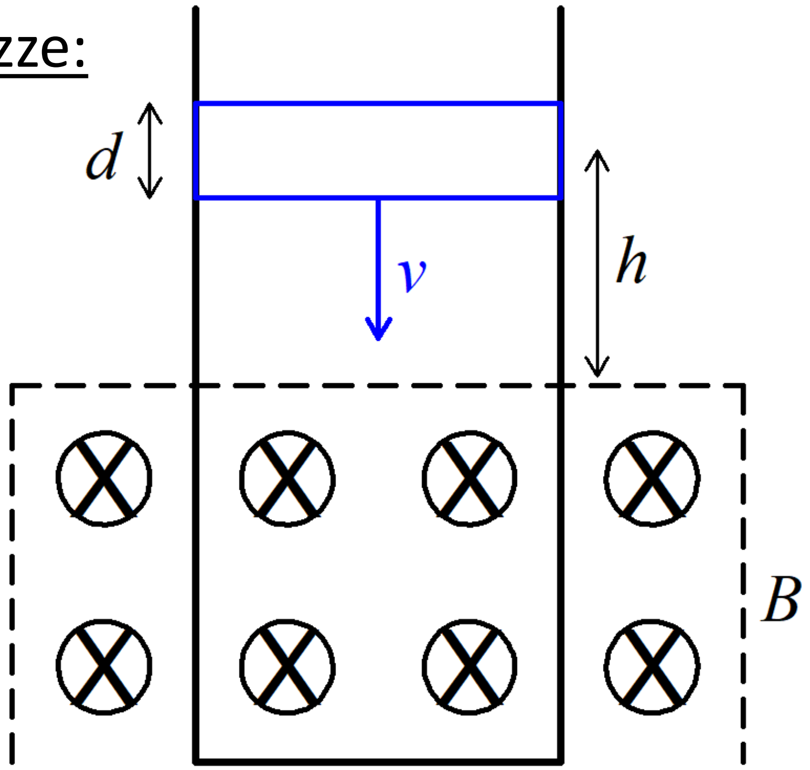


Lorentzkraft auf Leiter im magnetischen Feld:

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = l(\vec{I} \times \vec{B}) = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

646) Grundlagen

Skizze:



Lorentzkraft auf Leiter im magnetischen Feld:

$$\vec{F}_\mathrm{L} = l\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

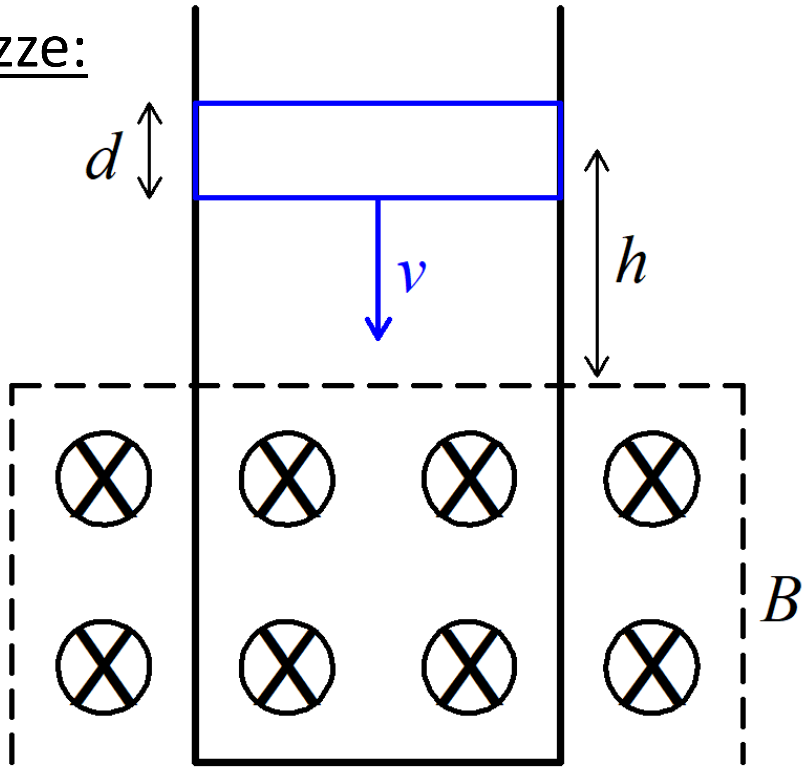
Induzierte Spannung in einer Leiterschleife:

$$U_\mathrm{ind} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \left(= \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right) \qquad \Phi = \int \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{A} \quad \left(= \vec{B} \cdot \vec{A}\right)$$

$$(\Phi \; - \; \text{magn. Fluss})$$

646) Grundlagen

Skizze:



Lorentzkraft auf Leiter im magnetischen Feld:

$$\vec{F}_\mathrm{L} = l\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

Induzierte Spannung in einer Leiterschleife:

$$U_\mathrm{ind} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \left(= \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}\right) \qquad \Phi = \int \vec{B}\, \mathrm{d}\vec{A} \quad \left(= \vec{B} \cdot \vec{A}\right)$$

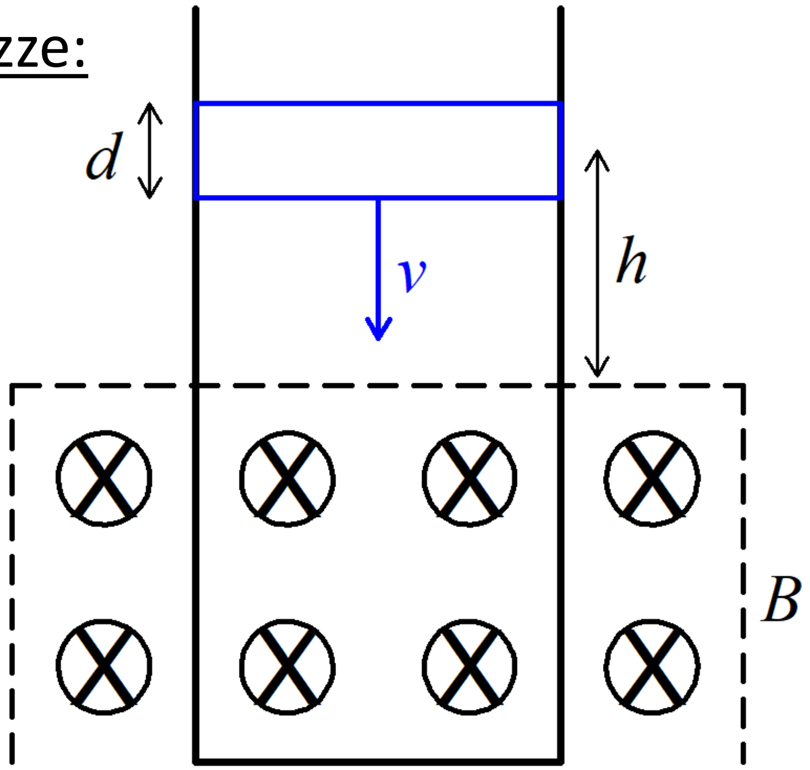
$(\Phi \; - \; \text{magn. Fluss})$

Elektrischer Widerstand:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{\varrho_\mathrm{R} l}{A_ø} \qquad (A_ø \; - \; \text{Querschnitt des Leiters})$$

646) Grundlagen

Skizze:



Lorentzkraft auf Leiter im magnetischen Feld:

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = l\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

Induzierte Spannung in einer Leiterschleife:

$$U_{\mathrm{ind}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \left(= \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}\right) \qquad \Phi = \int \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{A} \quad \left(= \vec{B} \cdot \vec{A}\right)$$

$(\Phi \;-\; \text{magn. Fluss})$

Elektrischer Widerstand:

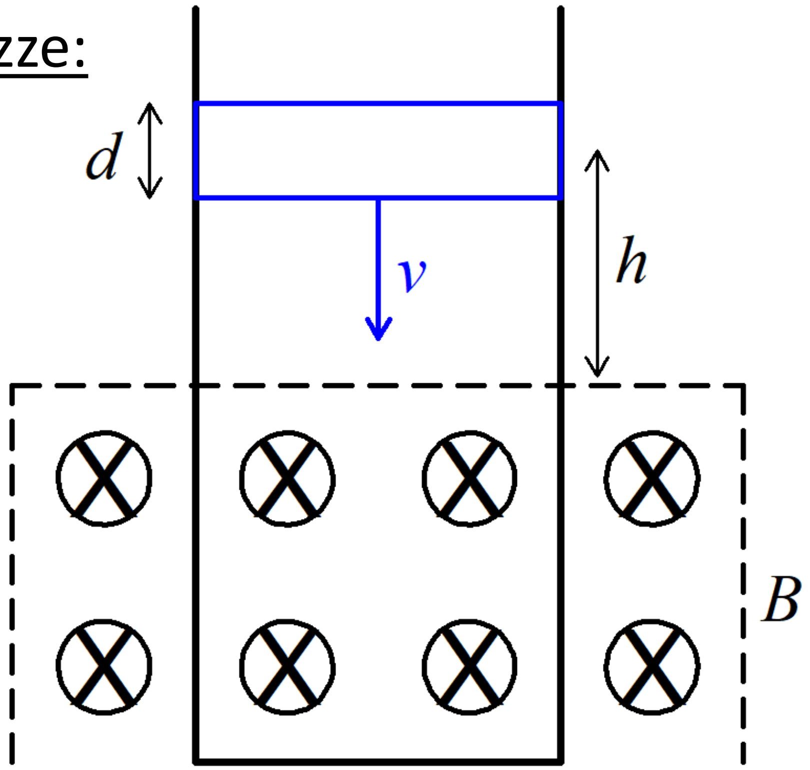
$$R = \frac{U}{I} = \frac{\varrho_{\mathrm{R}} l}{A_{ø}} \qquad (A_{ø} \;-\; \text{Querschnitt des Leiters})$$

Elektrische Leistung:

$$P = UI$$

646) Lösung a)

Skizze:

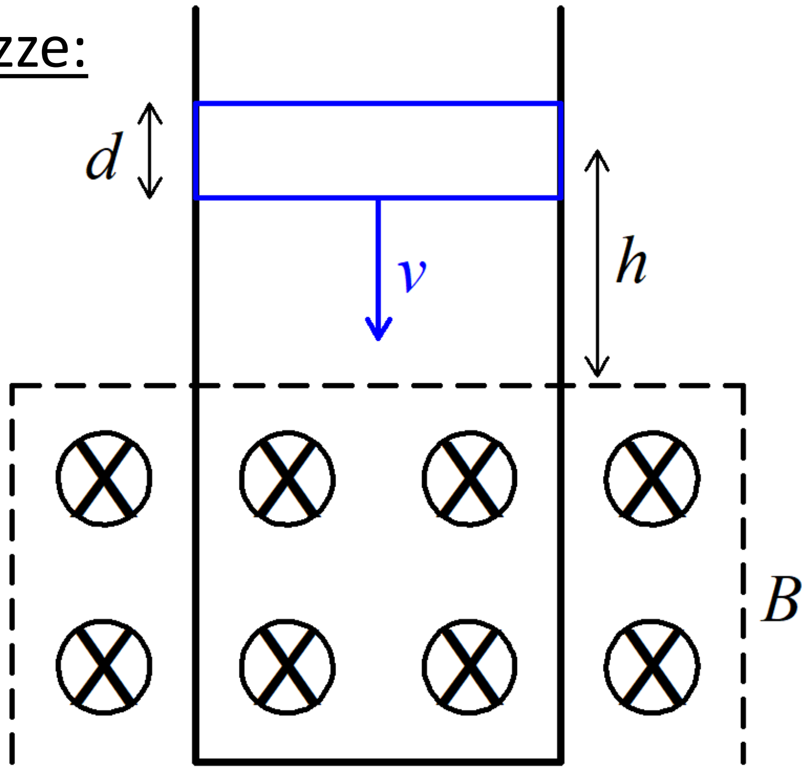


Durch das Fallenlassen des Leiterstabs aus der Höhe h erhält der Leiter eine Geschwindigkeit v, die ich einfach aus der Energiebetrachtung errechnen lässt:

$$E_{\mathrm{Kin}} = E_{\mathrm{Pot}}$$

646) Lösung a)

Skizze:



Durch das Fallenlassen des Leiterstabs aus der Höhe h erhält der Leiter eine Geschwindigkeit v, die ich einfach aus der Energiebetrachtung errechnen lässt:

$$E_{\text{Kin}} = E_{\text{Pot}}$$

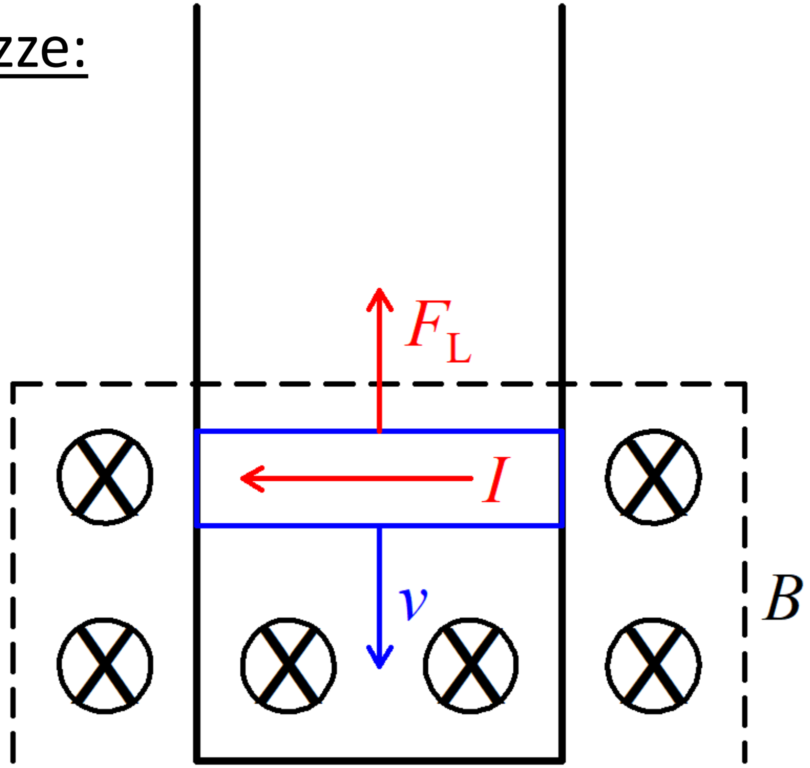
$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

(Umstellen nach v)

$$v = \sqrt{2gh}$$

646) Lösung a)

Skizze:



Durch das Fallenlassen des Leiterstabs aus der Höhe h erhält der Leiter eine Geschwindigkeit v, die ich einfach aus der Energiebetrachtung errechnen lässt:

$$E_{\mathrm{Kin}} = E_{\mathrm{Pot}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

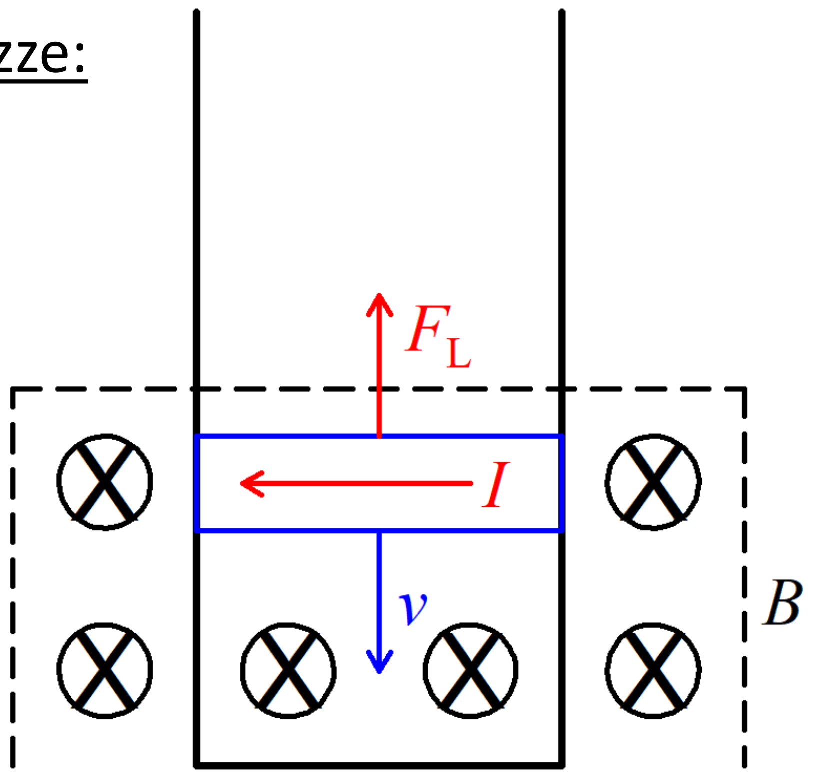
(Umstellen nach v)

$$v = \sqrt{2gh}$$

Sobald der Leiter in das Magnetfeld eintritt, wird in ihm eine Spannung induziert (*Induktionsgesetz*). Diese erzeugt wiederrum einen Strom I.

646) Lösung a)

Skizze:



Durch das Fallenlassen des Leiterstabs aus der Höhe h erhält der Leiter eine Geschwindigkeit v, die ich einfach aus der Energiebetrachtung errechnen lässt:

$$E_{\mathrm{Kin}} = E_{\mathrm{Pot}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

(Umstellen nach v)

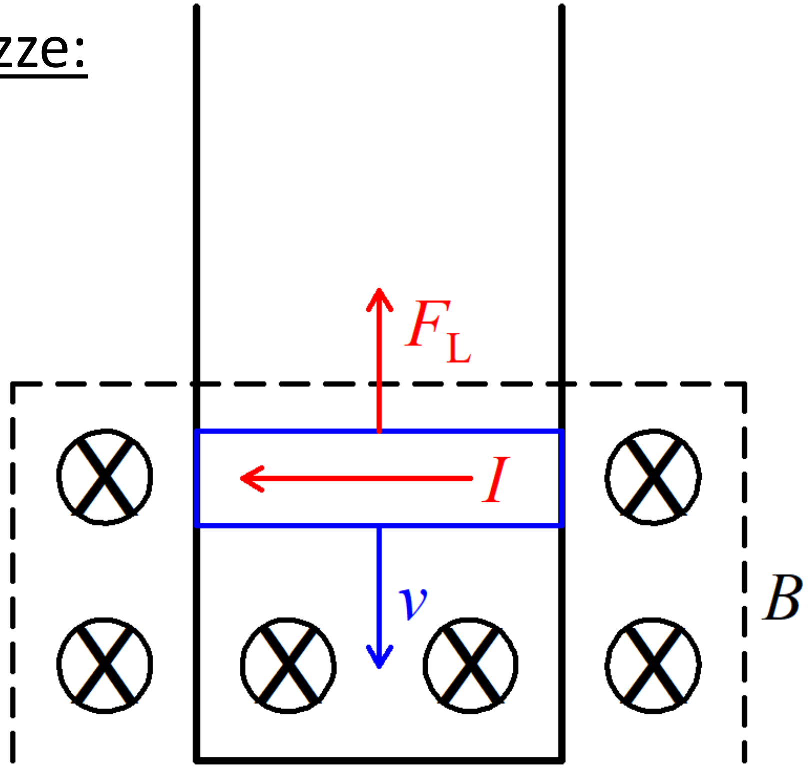
$$v = \sqrt{2gh}$$

Sobald der Leiter in das Magnetfeld eintritt, wird in ihm eine Spannung induziert (*Induktionsgesetz*). Diese erzeugt wiederrum einen Strom I.

Wir haben nun also einen stromdurchflossenen Leiter im Magnetfeld. Das bedeutet sofort, dass auf den Leiter eine Lorentzkraft $\vec{F}_{\mathrm{L}}$ wirkt.

646) Lösung a)

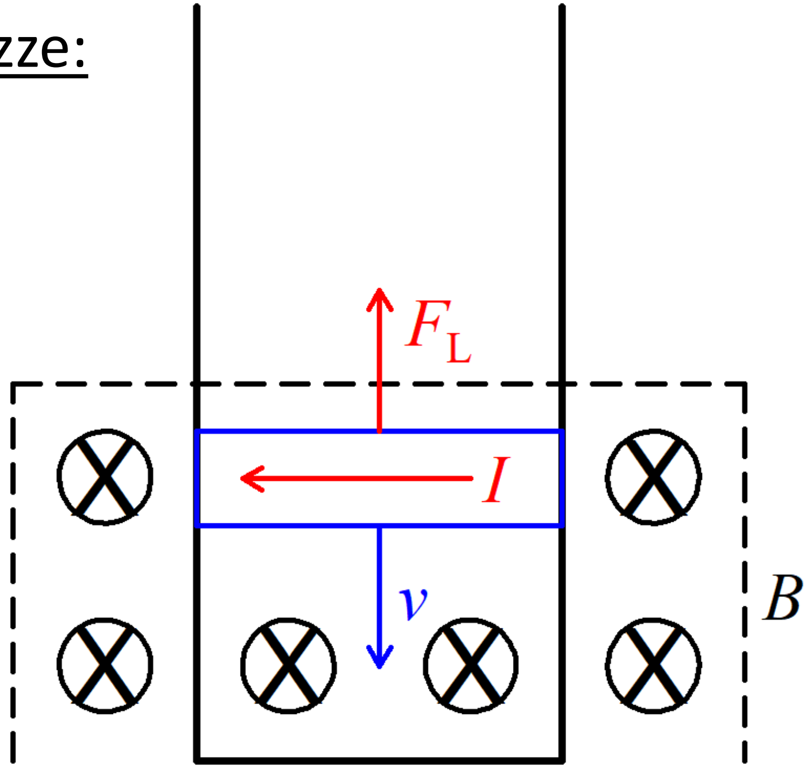
Skizze:



Die Lorentzkraft wirkt ihrer Ursache entgegen (*Lenz'sche Regel*), zeigt demnach „nach oben", und bremst das Fallen ab.

646) Lösung a)

Skizze:



Die Lorentzkraft wirkt ihrer Ursache entgegen (*Lenz'sche Regel*), zeigt demnach „nach oben", und bremst das Fallen ab.

Damit der Leiter mit konstanter Geschwindigkeit fällt, muss also gelten:

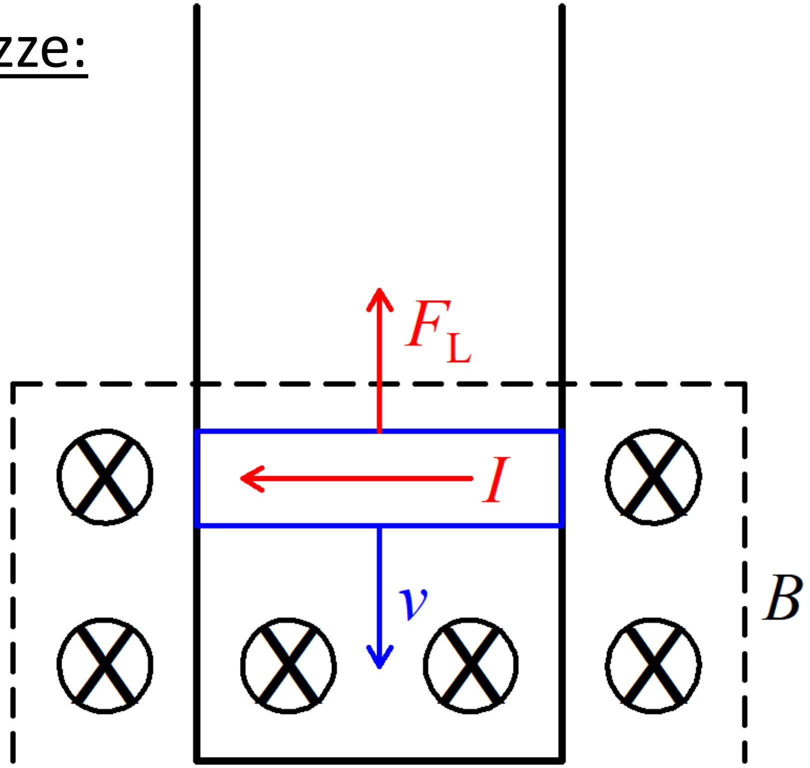
$$F_L = F_G$$

(Da $\vec{I} \perp \vec{B}$, vereinfacht sich das Kreuzprodukt der Lorentzkraft)

$$l \cdot IB = mg$$

646) Lösung a)

Skizze:



Die Lorentzkraft wirkt ihrer Ursache entgegen (*Lenz'sche Regel*), zeigt demnach „nach oben", und bremst das Fallen ab.

Damit der Leiter mit konstanter Geschwindigkeit fällt, muss also gelten:

$$F_\mathrm{L} = F_\mathrm{G}$$

$$l \cdot IB = mg$$

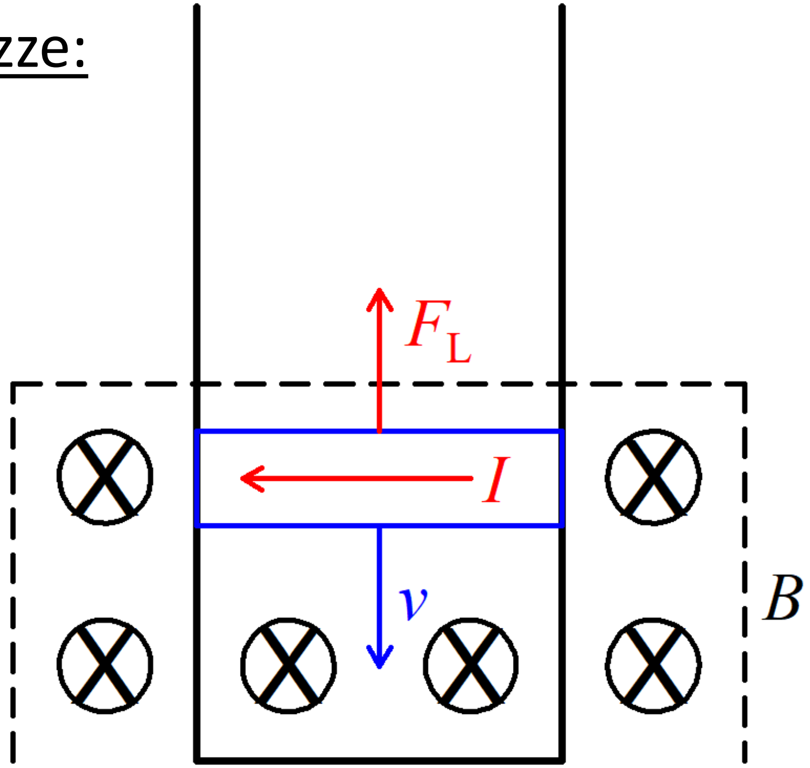
(Da $\vec{I} \perp \vec{B}$, vereinfacht sich das Kreuzprodukt der Lorentzkraft)

Wir müssen also irgendwie die Stromstärke berechnen. Dabei hilft uns das Ohm'schen Gesetz:

$$R = \frac{U}{I} \quad \Rightarrow \quad I = \frac{U_\mathrm{ind}}{R}$$

646) Lösung a)

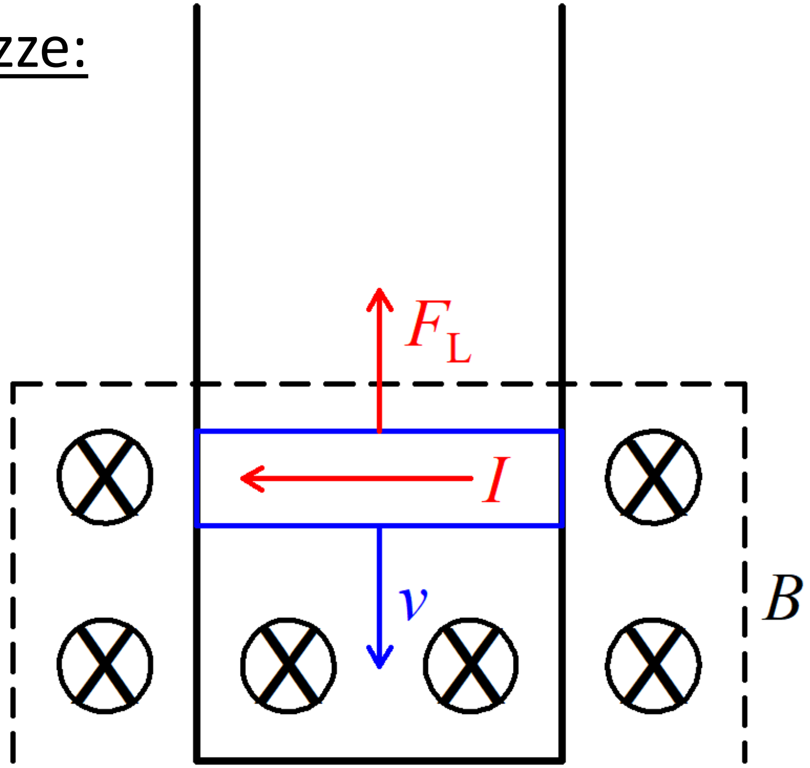
Skizze:



Als nächstes müssen wir die induzierte Spannung und den Widerstand ausrechnen.

646) Lösung a)

Skizze:



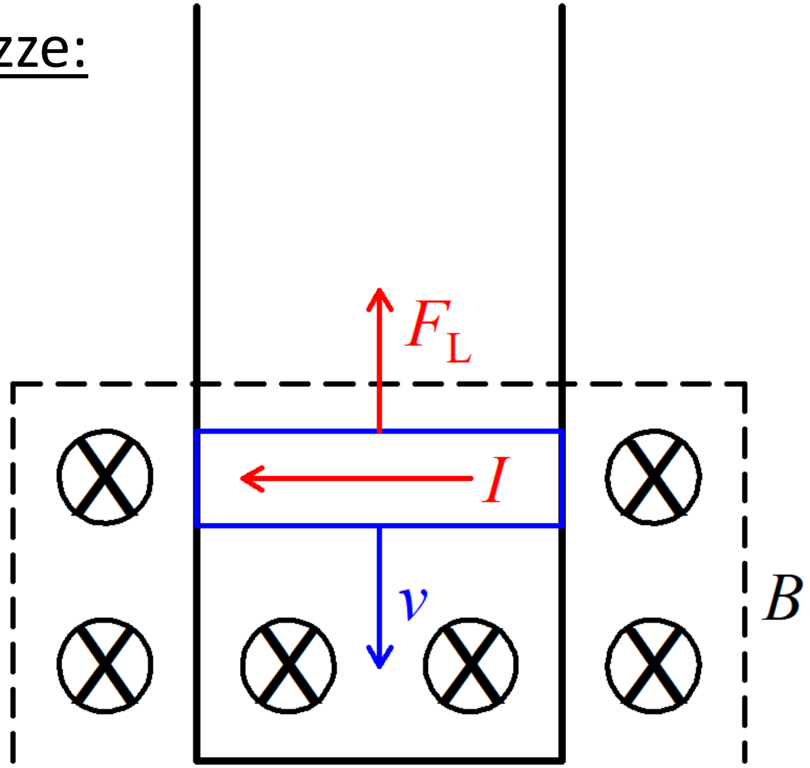
Als nächstes müssen wir die induzierte Spannung und den Widerstand ausrechnen. Machen wir zuerst die Spannung:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t} = -\frac{\Phi}{t}$$

$$U_{\text{ind}} = -\frac{(\vec{B}\vec{A})}{t} = -\frac{BA}{t}$$

646) Lösung a)

Skizze:



Als nächstes müssen wir die induzierte Spannung und den Widerstand ausrechnen. Machen wir zuerst die Spannung:

$$U_{\mathrm{ind}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\frac{\Phi}{t}$$

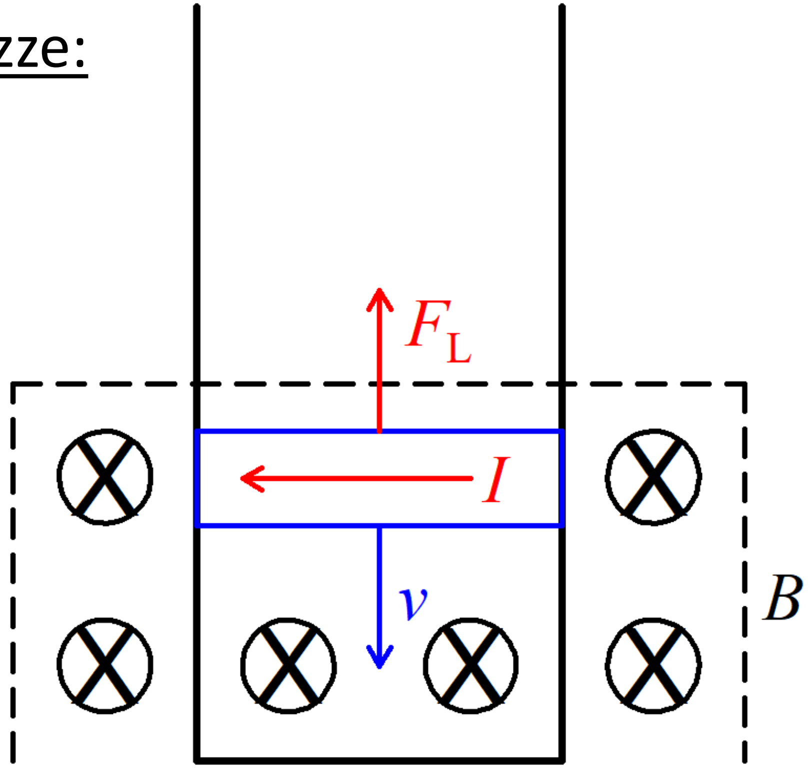
$$U_{\mathrm{ind}} = -\frac{(\vec{B}\vec{A})}{t} = -\frac{BA}{t}$$

Die mit dem Magnetfeldlinien durchsetzte Fläche $\vec{A}$ ergibt sich aus dem Fallen des Leiterstabs:

$$\vec{A} = \vec{l} \times \vec{s} = \vec{l} \times \vec{v}t \implies A = lvt$$

646) Lösung a)

Skizze:

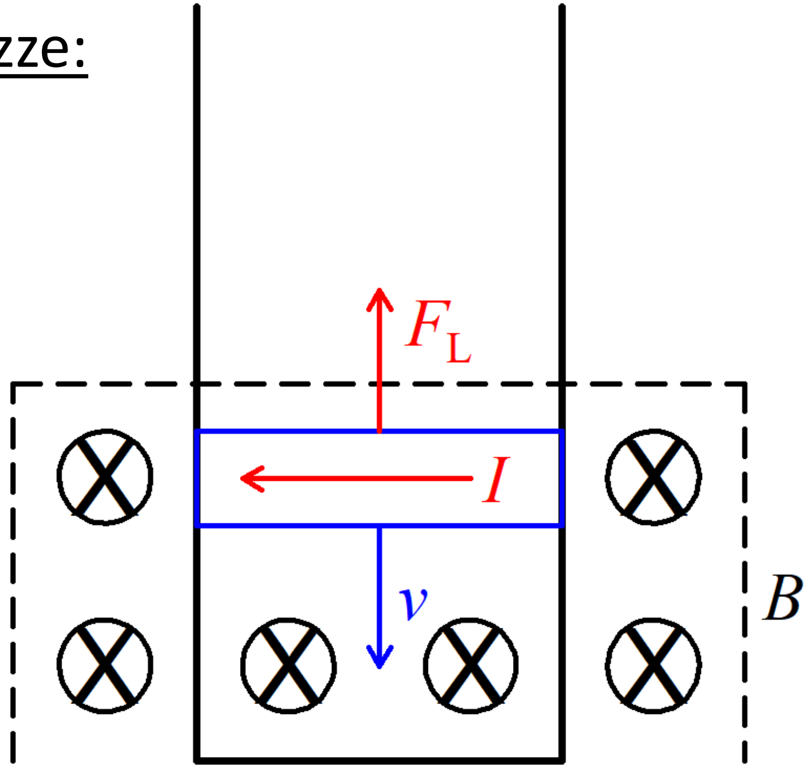


Somit ergibt sich für induzierte Spannung insgesamt:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{BA}{t} = -\frac{Blvt}{t} = -Blv$$

646) Lösung a)

Skizze:



Somit ergibt sich für induzierte Spannung insgesamt:

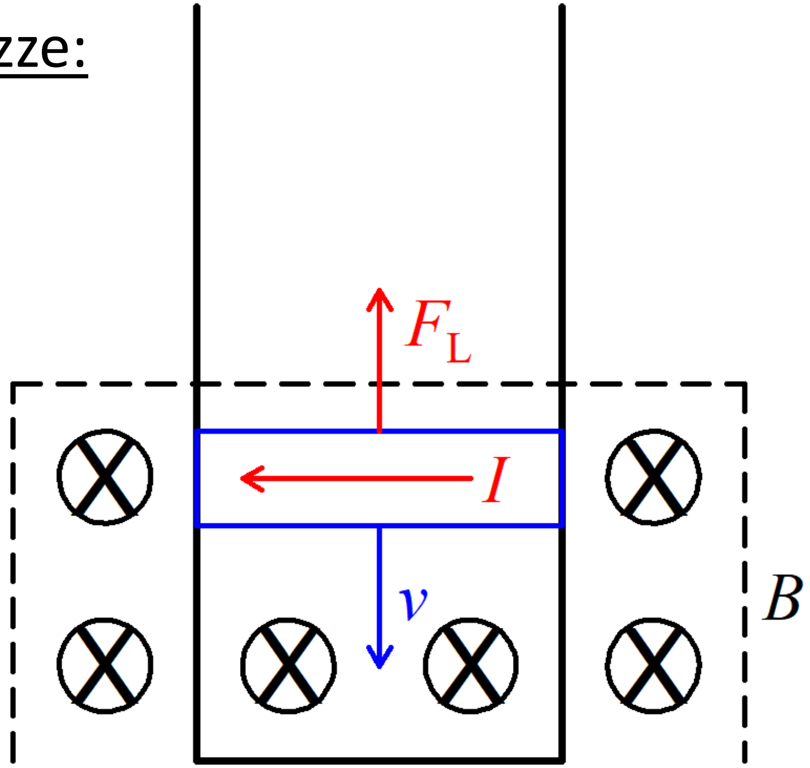
$$U_{\mathrm{ind}} = -\frac{BA}{t} = -\frac{Blvt}{t} = -Blv$$

Den Widerstand können wir mithilfe des spezifischen Widerstands und der Leiterquerschnittsfläche:

$$R = \frac{\varrho_{\mathrm{R}} l}{A_{ø}}$$

646) Lösung a)

Skizze:



Somit ergibt sich für induzierte Spannung insgesamt:

$$U_{\mathrm{ind}} = -\frac{BA}{t} = -\frac{Blvt}{t} = -Blv$$

Den Widerstand können wir mithilfe des spezifischen Widerstands und der Leiterquerschnittsfläche:

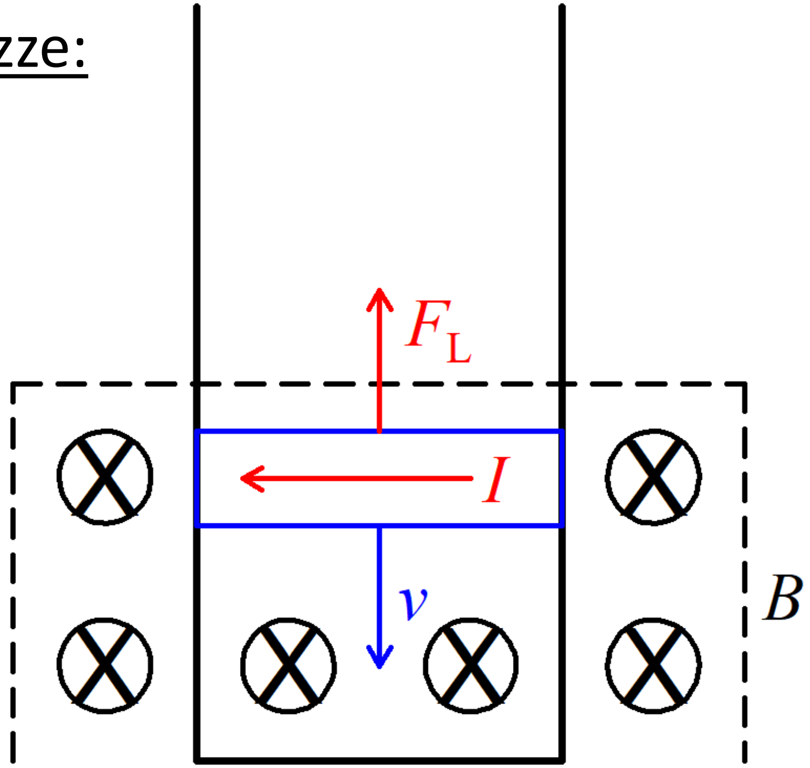
$$R = \frac{\varrho_{\mathrm{R}} l}{A_{\varnothing}}$$

Damit ergibt sich die Stromstärke letztendlich zu:

$$I = \frac{U_{\mathrm{ind}}}{R} = -\frac{BlvA_{\varnothing}}{\varrho_{\mathrm{R}} l} = -\frac{BvA_{\varnothing}}{\varrho_{\mathrm{R}}}$$

646) Lösung a)

Skizze:

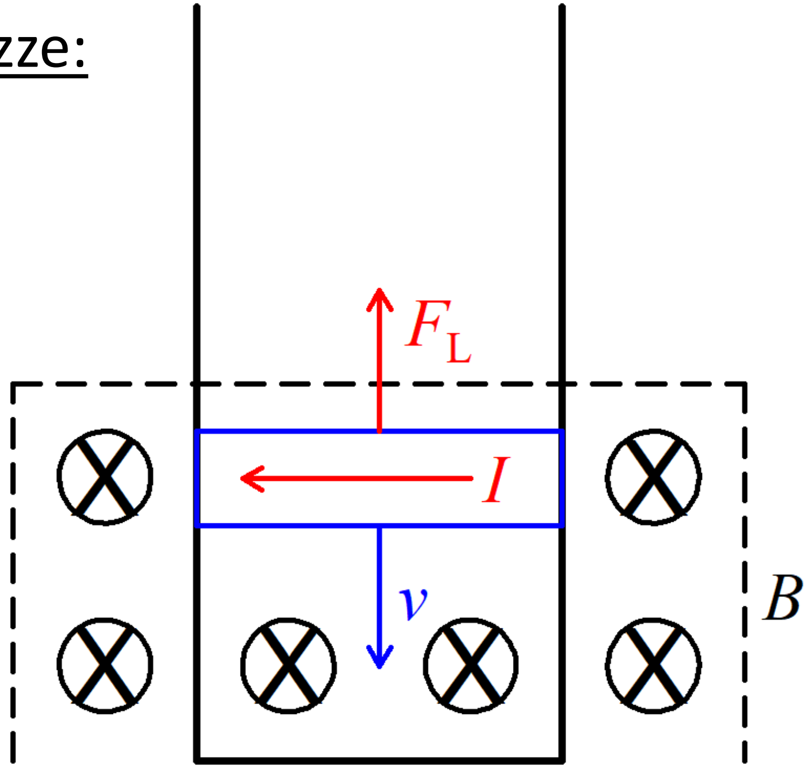


Einsetzen in die Lorentzkraft ergibt:

$$F_L = -\frac{B^2 l v A_ø}{\varrho_R}$$

646) Lösung a)

Skizze:



Einsetzen in die Lorentzkraft ergibt:

$$F_L = -\frac{B^2 l v A_ø}{\varrho_R}$$

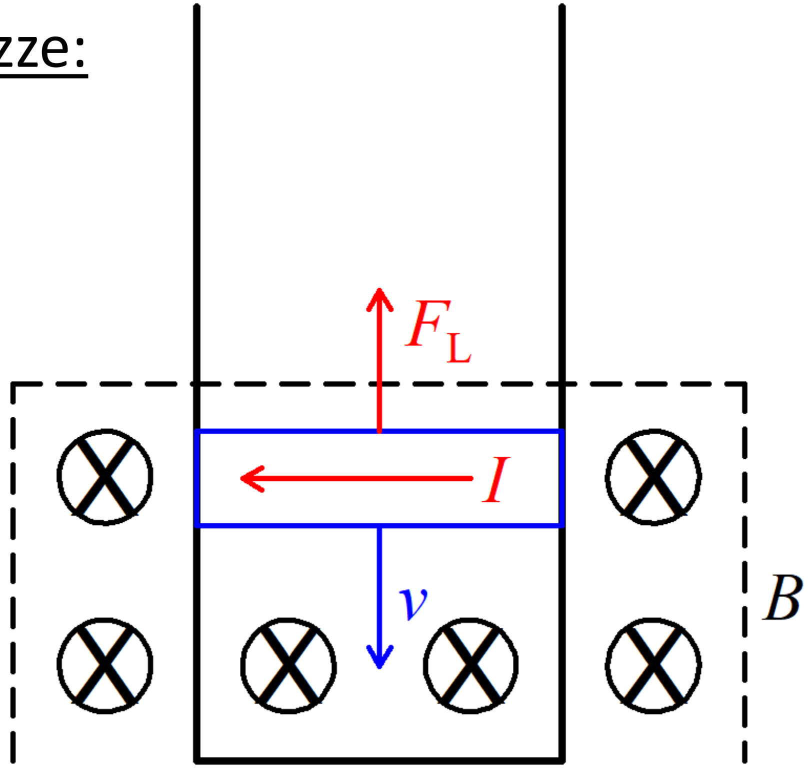
In dieser Gleichung kennen wir zwar noch nicht $A_ø$, aber sehen wir uns nochmal das Kräftegleichgewicht an:

$$F_L = F_G$$

$$-\frac{B^2 l v A_ø}{\varrho_R} = mg$$

646) Lösung a)

Skizze:



Einsetzen in die Lorentzkraft ergibt:

$$F_\mathrm{L} = -\frac{B^2 l v A_ø}{\varrho_\mathrm{R}}$$

In dieser Gleichung kennen wir zwar noch nicht $A_ø$, aber sehen wir uns nochmal das Kräftegleichgewicht an:

$$F_\mathrm{L} = F_\mathrm{G} \qquad \left(\text{Alternativ:} \;\; A_ø = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}\right)$$

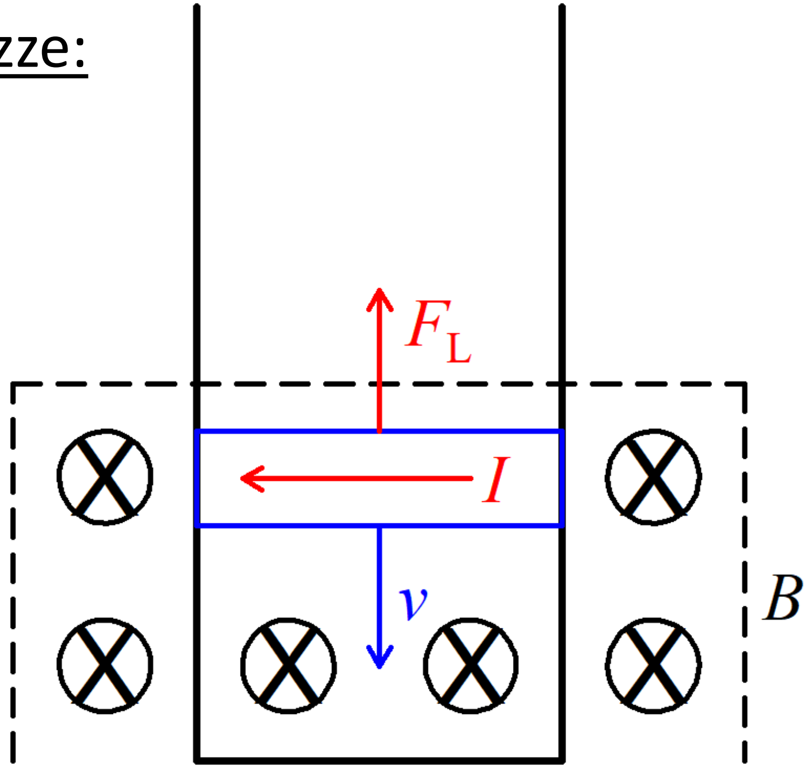
$$-\frac{B^2 l v A_ø}{\varrho_\mathrm{R}} = mg$$

Hier müssen wir noch einen Ausdruck für die Masse m finden. Dies tun wir natürlich über die Dichte ϱ_{Cu} und das Volumen V:

$$-\frac{B^2 l v A_ø}{\varrho_\mathrm{R}} = \varrho_\mathrm{Cu} V g = \varrho_\mathrm{Cu} A_ø l g$$

646) Lösung a)

Skizze:

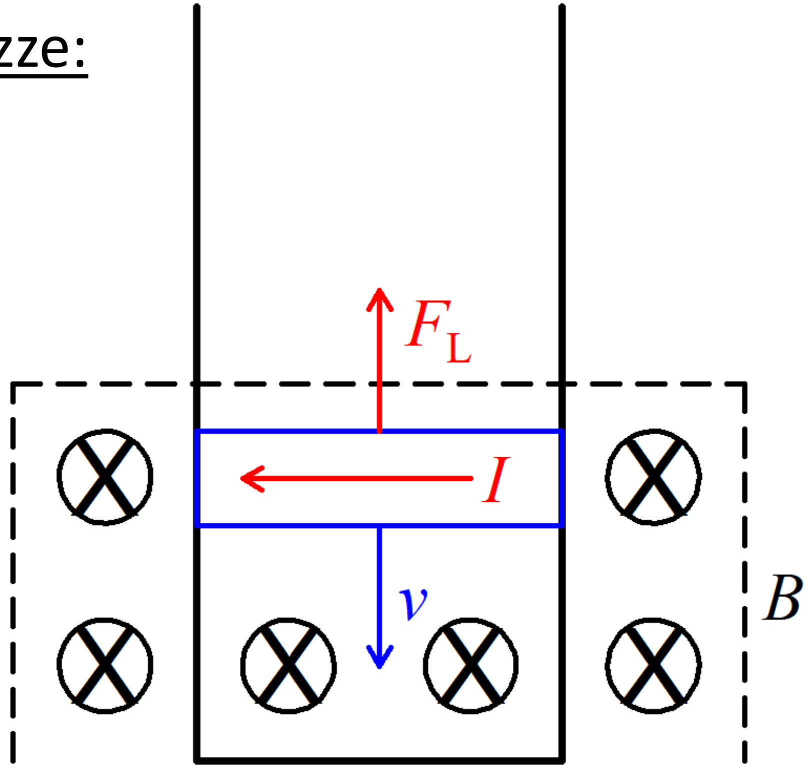


Nun vereinfachen wir diese Gleichung und stellen sie nach v um:

$$-\frac{B^2 l v A_\varnothing}{\varrho_R} = \varrho_{Cu} A_\varnothing l g$$

646) Lösung a)

Skizze:



Nun vereinfachen wir diese Gleichung und stellen sie nach v um:

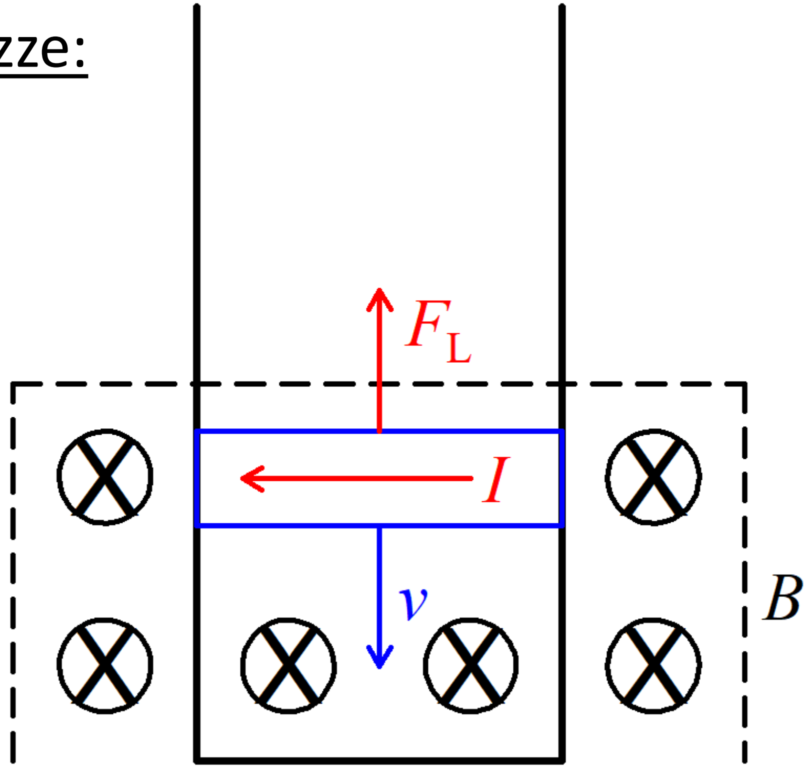
$$-\frac{B^2 l v A_{ø}}{\varrho_{\mathrm{R}}} = \varrho_{\mathrm{Cu}} A_{ø} l g$$

(l kürzen)

$$-\frac{B^2 v}{\varrho_{\mathrm{R}}} = \varrho_{\mathrm{Cu}} g$$

646) Lösung a)

Skizze:



Nun vereinfachen wir diese Gleichung und stellen sie nach v um:

$$-\frac{B^2 l v A_ø}{\varrho_\mathrm{R}} = \varrho_\mathrm{Cu} A_ø l g$$

(l kürzen)

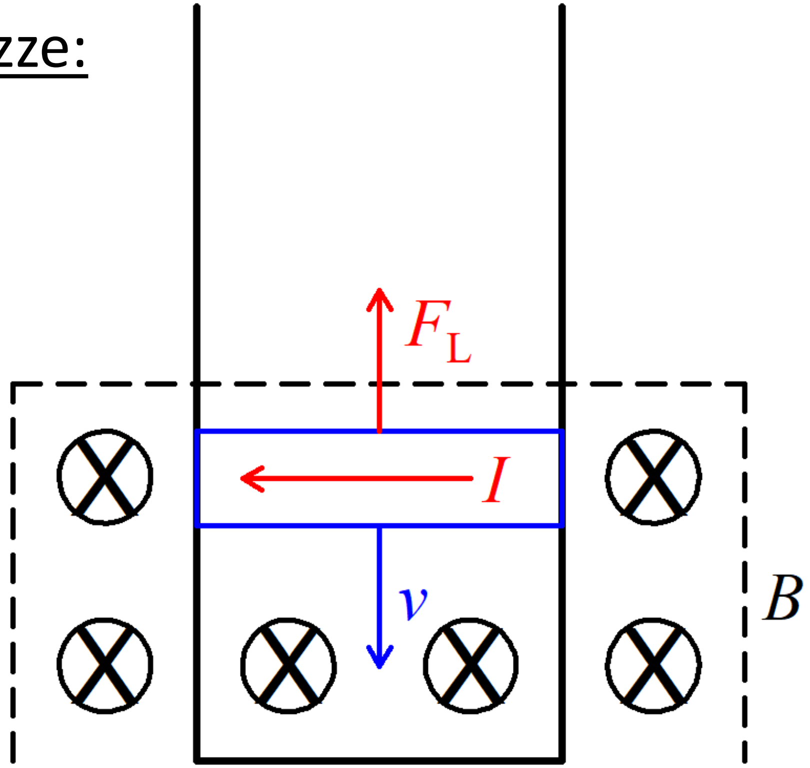
$$-\frac{B^2 v}{\varrho_\mathrm{R}} = \varrho_\mathrm{Cu} g$$

(Umstellen nach v)

$$v = -\frac{\varrho_\mathrm{R}\varrho_\mathrm{Cu} g}{B^2}$$

646) Lösung a)

Skizze:



Nun vereinfachen wir diese Gleichung und stellen sie nach v um:

$$-\frac{B^2 l v A_ø}{\varrho_R} = \varrho_{Cu} A_ø l g$$

(l kürzen)

$$-\frac{B^2 v}{\varrho_R} = \varrho_{Cu} g$$

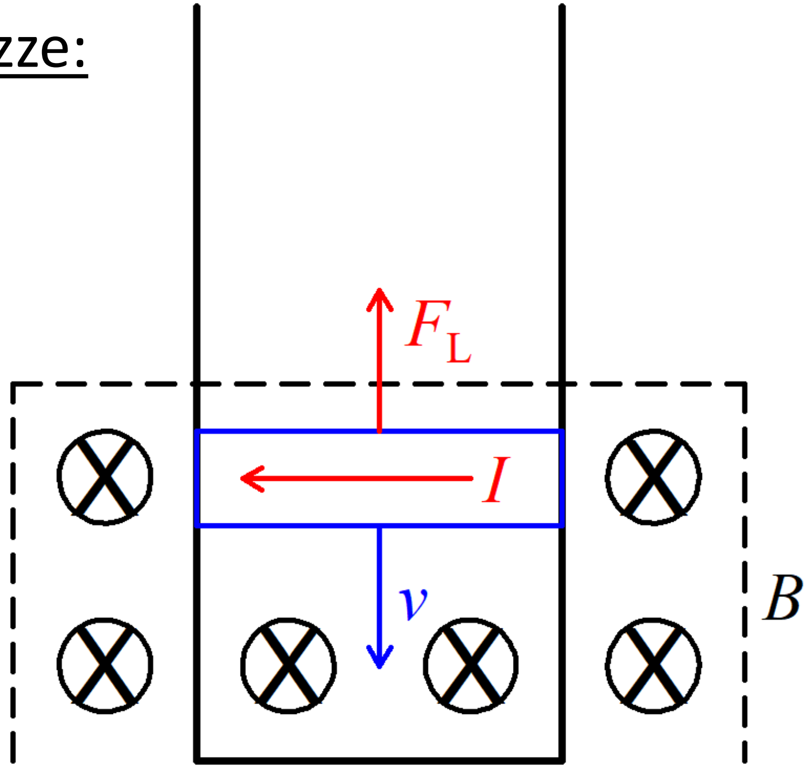
(Umstellen nach v)

$$v = -\frac{\varrho_R \varrho_{Cu} g}{B^2}$$

Als letztes setzen wir diesen Audruck für v mit dem aus unserer Energiebetrachtung gleich!

646) Lösung a)

Skizze:

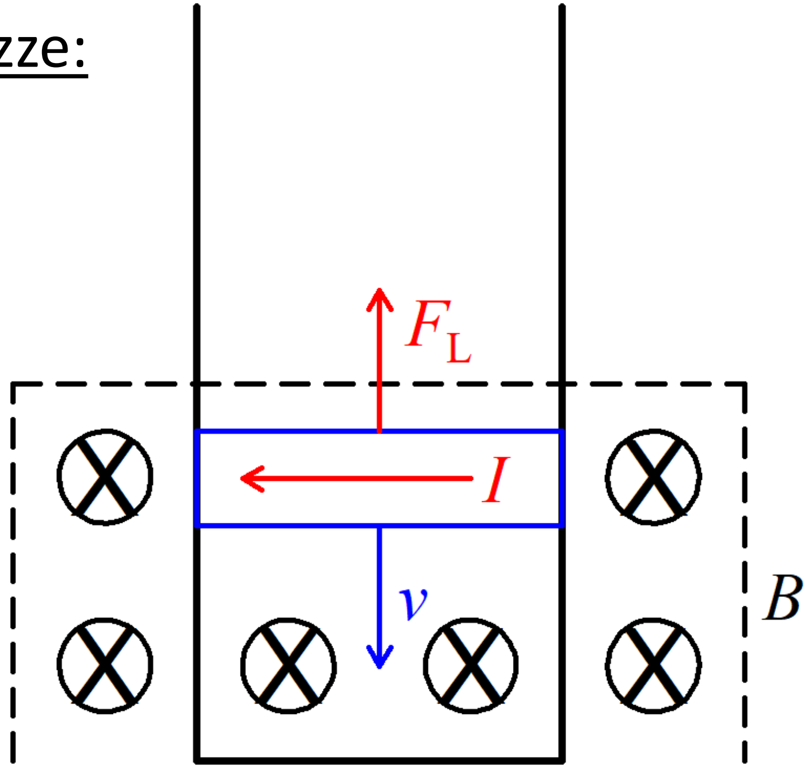


Als letztes setzen wir diesen Audruck für v mit dem aus unserer Energiebetrachtung gleich und stellen nach h um:

$$-\frac{\varrho_R \varrho_{Cu} g}{B^2} = \sqrt{2gh}$$

<u>646) Lösung a)</u>

<u>Skizze:</u>



Als letztes setzen wir diesen Audruck für v mit dem aus unserer Energiebetrachtung gleich und stellen nach h um:

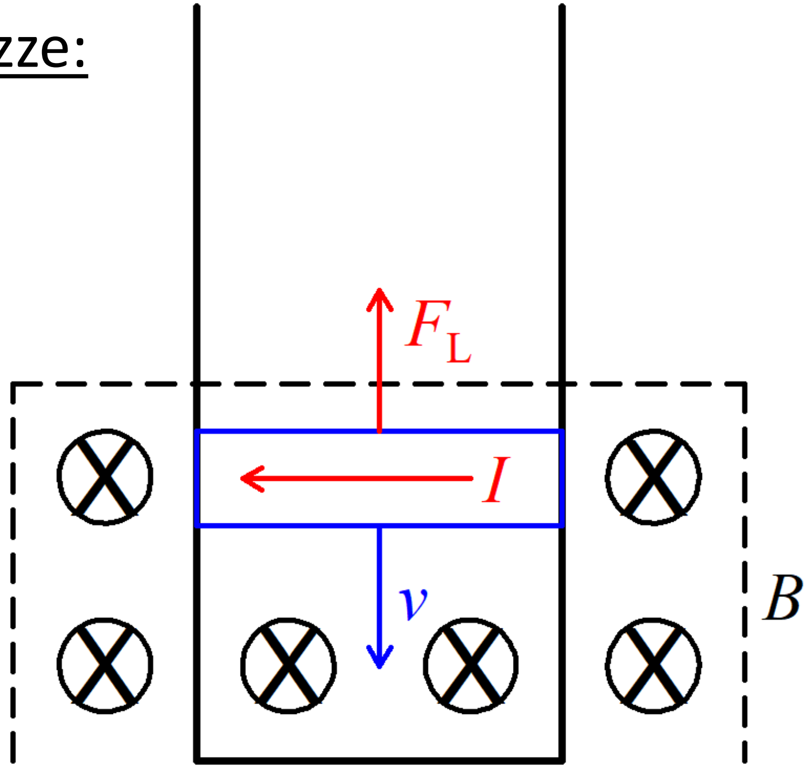
$$-\frac{\varrho_R \varrho_{Cu} g}{B^2} = \sqrt{2gh}$$

(quadrieren)

$$\left(\frac{\varrho_R \varrho_{Cu} g}{B^2}\right)^2 = 2gh$$

646) Lösung a)

Skizze:



Als letztes setzen wir diesen Audruck für v mit dem aus unserer Energiebetrachtung gleich und stellen nach h um:

$$-\frac{\varrho_R \varrho_{Cu} g}{B^2} = \sqrt{2gh}$$

(quadrieren)

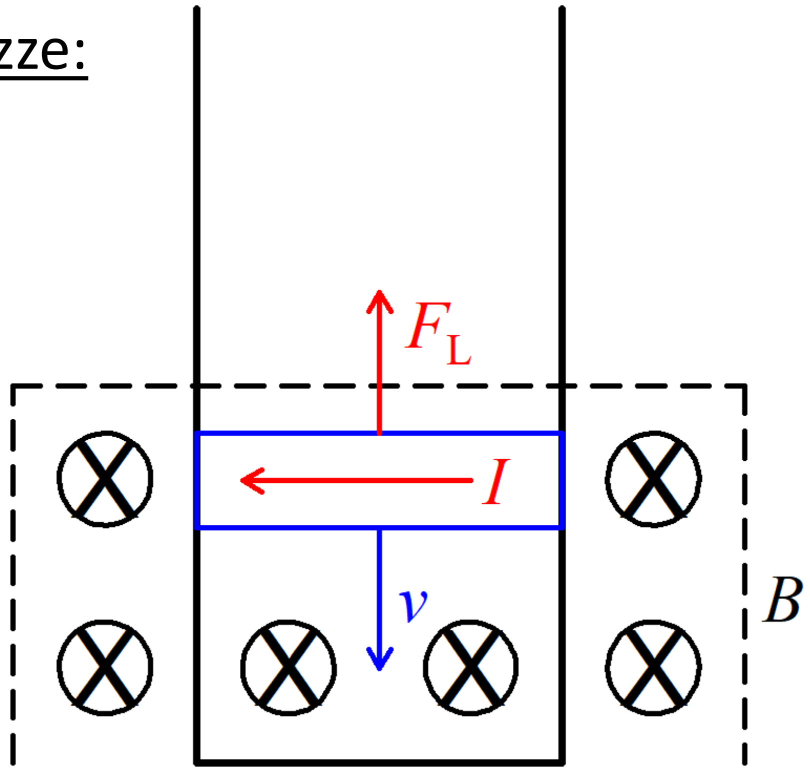
$$\left(\frac{\varrho_R \varrho_{Cu} g}{B^2}\right)^2 = 2gh$$

(Umstellen nach h)

$$h = \frac{{\varrho_R}^2 {\varrho_{Cu}}^2 g}{2B^4}$$

646) Lösung a)

Skizze:



Als letztes setzen wir diesen Audruck für v mit dem aus unserer Energiebetrachtung gleich und stellen nach h um:

$$-\frac{\varrho_R \varrho_{Cu} g}{B^2} = \sqrt{2gh}$$

(quadrieren)

$$\left(\frac{\varrho_R \varrho_{Cu} g}{B^2}\right)^2 = 2gh$$

(Umstellen nach h)

$$h = \frac{{\varrho_R}^2 {\varrho_{Cu}}^2 g}{2B^4}$$

(ausrechnen)

$$\underline{\underline{h = 0{,}083\mathrm{m} = 83\mathrm{mm}}}$$

646) Lösung b)

Viele Gleichungen die wir hier brauchen haben wir im Aufgabenteil a) schon benutzt und hergeleitet.

Für den Betrag der induzierten Spannung können wir schreiben:

$$|U_{\mathrm{ind}}| = \left|-\frac{BA}{t}\right| = |Blv\,|$$

646) Lösung b)

Viele Gleichungen die wir hier brauchen haben wir im Aufgabenteil a) schon benutzt und hergeleitet.

Für den Betrag der induzierten Spannung können wir schreiben:

$$|U_{\mathrm{ind}}| = \left|-\frac{BA}{t}\right| = |Blv|$$

(v einsetzen)

$$|U_{\mathrm{ind}}| = \left|Bl \cdot \left(-\frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}}g}{B^2}\right)\right|$$

646) Lösung b)

Viele Gleichungen die wir hier brauchen haben wir im Aufgabenteil a) schon benutzt und hergeleitet.

Für den Betrag der induzierten Spannung können wir schreiben:

$$|U_{\text{ind}}| = \left|-\frac{BA}{t}\right| = |Blv|$$

(*v* einsetzen)

$$|U_{\text{ind}}| = \left|Bl \cdot \left(-\frac{\varrho_{\text{R}}\varrho_{\text{Cu}}g}{B^2}\right)\right|$$

(vereinfachen)

$$|U_{\text{ind}}| = \frac{\varrho_{\text{R}}\varrho_{\text{Cu}}lg}{B}$$

646) Lösung b)

Viele Gleichungen die wir hier brauchen haben wir im Aufgabenteil a) schon benutzt und hergeleitet.

Für den Betrag der induzierten Spannung können wir schreiben:

$$|U_{\mathrm{ind}}| = \left|-\frac{BA}{t}\right| = |Blv\,|$$

(v einsetzen)

$$|U_{\mathrm{ind}}| = \left|Bl \cdot \left(-\frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}}g}{B^2}\right)\right|$$

(vereinfachen)

$$|U_{\mathrm{ind}}| = \frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}}lg}{B}$$

(ausrechnen)

$$\underline{\underline{|U_{\mathrm{ind}}| = 0{,}0018\mathrm{V} = 1{,}8\mathrm{mV}}}$$

646) Lösung b)

Daraus folgt für die Stromstärke:

$$|I| = \left|\frac{U_{\mathrm{ind}}}{R}\right| = \left|\frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}}lg}{B} \cdot \frac{A_{\varnothing}}{\varrho_{\mathrm{R}}l}\right|$$

646) Lösung b)

Daraus folgt für die Stromstärke:

$$|I| = \left|\frac{U_{\mathrm{ind}}}{R}\right| = \left|\frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}} l g}{B} \cdot \frac{A_{\varnothing}}{\varrho_{\mathrm{R}} l}\right|$$

$$\left(A_{\varnothing} = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4}\right)$$

$$|I| = \frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}} l g}{B} \cdot \frac{\pi d^2}{4\varrho_{\mathrm{R}} l}$$

646) Lösung b)

Daraus folgt für die Stromstärke:

$$|I| = \left|\frac{U_{\mathrm{ind}}}{R}\right| = \left|\frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}}lg}{B}\cdot\frac{A_{\varnothing}}{\varrho_{\mathrm{R}}l}\right|$$

$(A_{\varnothing} = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4})$

$$|I| = \frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}}lg}{B}\cdot\frac{\pi d^2}{4\varrho_{\mathrm{R}}l}$$

(vereinfachen)

$$|I| = \frac{\varrho_{\mathrm{Cu}}g\pi d^2}{4B}$$

646) Lösung b)

Daraus folgt für die Stromstärke:

$$|I| = \left|\frac{U_{\mathrm{ind}}}{R}\right| = \left|\frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}} l g}{B} \cdot \frac{A_{ø}}{\varrho_{\mathrm{R}} l}\right|$$

$(A_{ø} = \pi r^2 = \frac{\pi d^2}{4})$

$$|I| = \frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}} l g}{B} \cdot \frac{\pi d^2}{4\varrho_{\mathrm{R}} l}$$

(vereinfachen)

$$|I| = \frac{\varrho_{\mathrm{Cu}} g \pi d^2}{4B}$$

(ausrechnen)

$$\underline{\underline{|I| = 7{,}9\mathrm{A}}}$$

646) Lösung b)

Die abbremsende Kraft (welche natürlich die Lorentzkraft ist) ergibt sich dann zu:

$$|F_\mathrm{L}| = \left|l \cdot \left(\vec{I} \times \vec{B}\right)\right| = |l \cdot IB|$$

646) Lösung b)

Die abbremsende Kraft (welche natürlich die Lorentzkraft ist) ergibt sich dann zu:

$$|F_\mathrm{L}| = \left|l \cdot \left(\vec{I} \times \vec{B}\right)\right| = |l \cdot IB|$$

(I einsetzen)

$$|F_\mathrm{L}| = \left|l \cdot \frac{\varrho_\mathrm{Cu} g \pi d^2}{4B} \cdot B\right|$$

646) Lösung b)

Die abbremsende Kraft (welche natürlich die Lorentzkraft ist) ergibt sich dann zu:

$$|F_\mathrm{L}| = \left|l \cdot \left(\vec{I} \times \vec{B}\right)\right| = |l \cdot IB|$$

(I einsetzen)

$$|F_\mathrm{L}| = \left|l \cdot \frac{\varrho_\mathrm{Cu} g \pi d^2}{4B} \cdot B\right|$$

(vereinfachen)

$$|F_\mathrm{L}| = \frac{1}{4} l \varrho_\mathrm{Cu} g \pi d^2$$

646) Lösung b)

Die abbremsende Kraft (welche natürlich die Lorentzkraft ist) ergibt sich dann zu:

$$|F_\mathrm{L}| = \left|l \cdot \left(\vec{I} \times \vec{B}\right)\right| = |l \cdot IB|$$

(I einsetzen)

$$|F_\mathrm{L}| = \left|l \cdot \frac{\varrho_\mathrm{Cu} g \pi d^2}{4B} \cdot B\right|$$

(vereinfachen)

$$|F_\mathrm{L}| = \frac{1}{4} l \varrho_\mathrm{Cu} g \pi d^2$$

(ausrechnen)

$$\underline{\underline{|F_\mathrm{L}| = 0{,}011\mathrm{N}}}$$

646) Lösung b)

Schlussendlich müssen wir noch die elektrisch umgesetzte Leistung berechen:

$$|P| = |UI| = |U_{\mathrm{ind}} I|$$

646) Lösung b)

Schlussendlich müssen wir noch die elektrisch umgesetzte Leistung berechen:

$$|P| = |UI| = |U_{\mathrm{ind}}I|$$

$(I, U_{\mathrm{ind}}$ einsetzen)

$$|P| = \frac{\varrho_{\mathrm{R}}\varrho_{\mathrm{Cu}}lg}{B} \cdot \frac{\varrho_{\mathrm{Cu}}g\pi d^2}{4B}$$

646) Lösung b)

Schlussendlich müssen wir noch die elektrisch umgesetzte Leistung berechen:

$$|P| = |UI| = |U_{\mathrm{ind}} I|$$

(I, U_{ind} einsetzen)

$$|P| = \frac{\varrho_{\mathrm{R}} \varrho_{\mathrm{Cu}} l g}{B} \cdot \frac{\varrho_{\mathrm{Cu}} g \pi d^2}{4B}$$

(vereinfachen)

$$|P| = \frac{\varrho_{\mathrm{R}} \varrho_{\mathrm{Cu}}^2 g^2 l \pi d^2}{4B^2}$$

646) Lösung b)

Schlussendlich müssen wir noch die elektrisch umgesetzte Leistung berechen:

$$|P| = |UI| = |U_{\text{ind}}I|$$

$(I, U_{\text{ind}}$ einsetzen)

$$|P| = \frac{\varrho_{\text{R}}\varrho_{\text{Cu}}lg}{B} \cdot \frac{\varrho_{\text{Cu}}g\pi d^2}{4B}$$

(vereinfachen)

$$|P| = \frac{\varrho_{\text{R}}\varrho_{\text{Cu}}^2 g^2 l\pi d^2}{4B^2}$$

(ausrechnen)

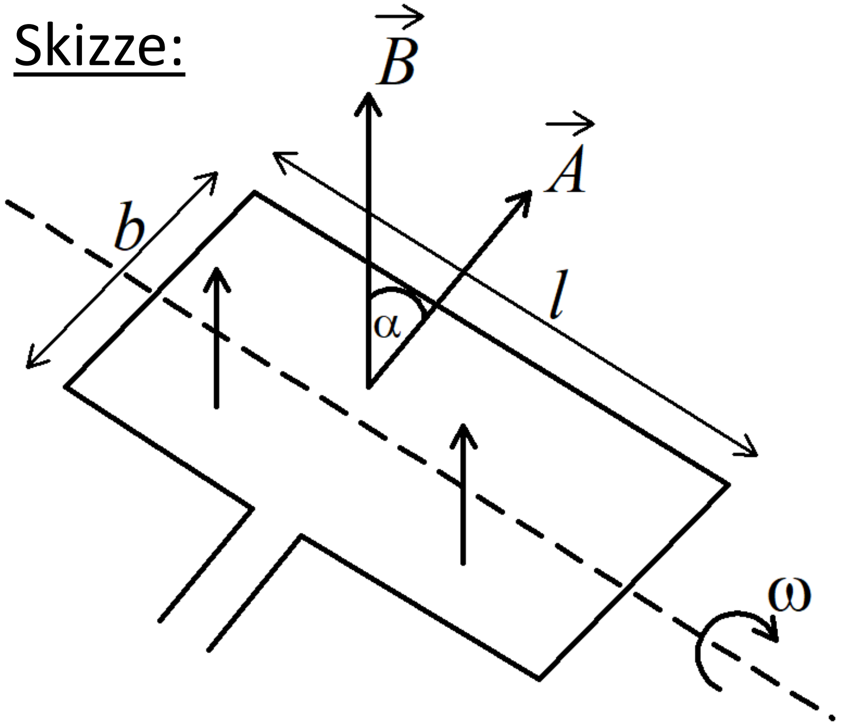
$$\underline{\underline{|P| = 0{,}014\text{W} = 14\text{mW}}}$$

Fertig ☺

(nächste Aufgabe)

647) Aufgabe

Skizze:



Länge der Leiterschleife: $l = 8\text{cm} = 0{,}08\text{m}$
Breite der Leiterschleife: $d = 5\text{cm} = 0{,}05\text{m}$

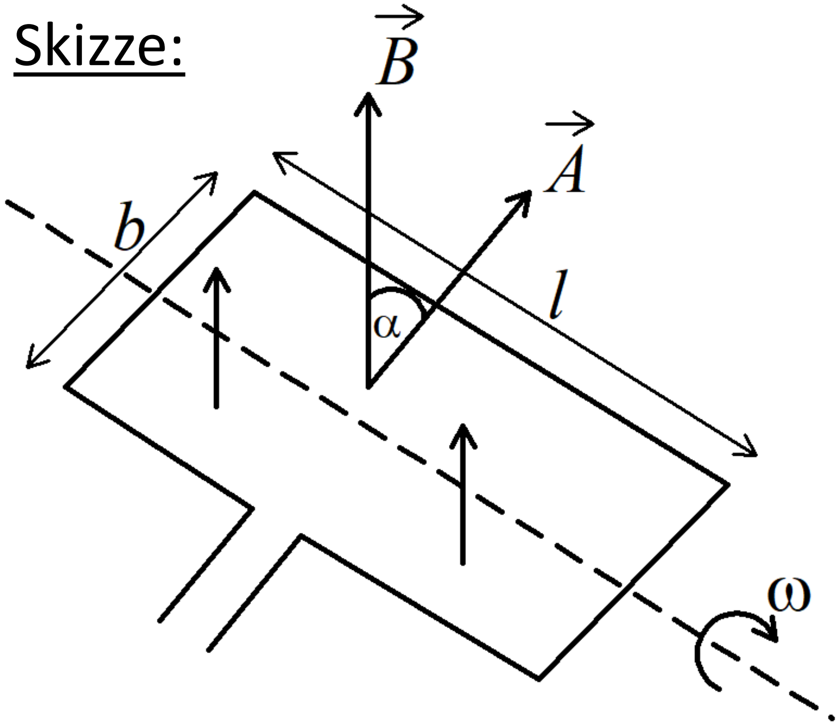
Magn. Flussdichte: $B = 0{,}12\text{T}$

Anfangswinkel: $\alpha = 23°$
Winkelgeschwindigkeit: $\omega = 100\,\frac{1}{\text{s}}$

Gesucht ist a) der magnetische Fluss Φ durch die Leiterschleife beim Winkel α, b) die maximal induzierte Spannung $U_{\text{ind}}^{\text{max}}$ wenn die Leiterschleife mit einer Winkelgeschwindigkeit ω rotiert und c) die induzierte Spannung induziert wenn $\vec{A} \parallel \vec{B}$ gilt.

647) Grundlagen

Skizze:



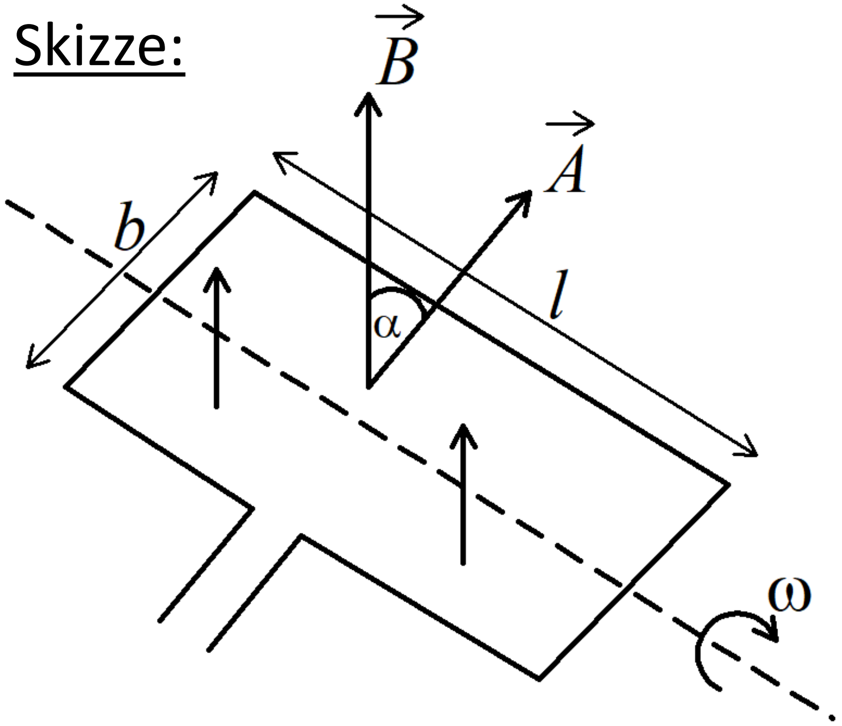
Magnetischer Fluss:

$$\Phi = \int \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{A} \quad \left(= \vec{B} \cdot \vec{A}\right)$$

Wobei $\vec{A}$ die mit magnetischen Feldlinien durchsetzte Fläche ist.

647) Grundlagen

Skizze:



Magnetischer Fluss:

$$\Phi = \int \vec{B}\,\mathrm{d}\vec{A} \quad \left(= \vec{B} \cdot \vec{A}\right)$$

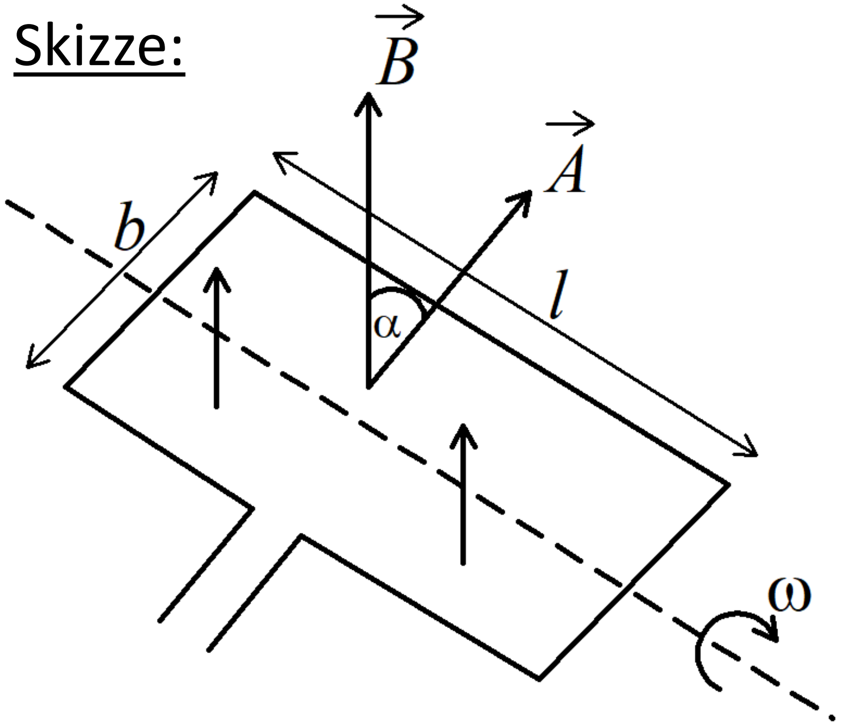
Wobei $\vec{A}$ die mit magnetischen Feldlinien durchsetzte Fläche ist.

Induzierte Spannung in einer Leiterschleife:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

647) Lösung a)

Skizze:

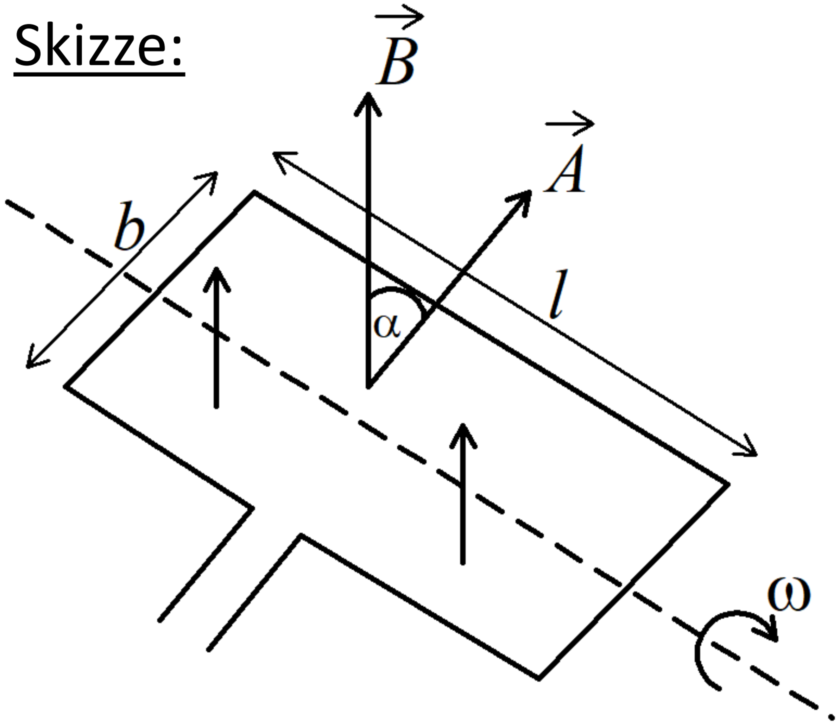


In unserem Fall ist der magnetische Fluss einfach das Skalarprodukt aus magn. Flussdichte $\vec{B}$ und Flächennormale $\vec{A}$:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A} \qquad \left(= \vec{B} \cdot (\vec{b} \times \vec{l})\right)$$

647) Lösung a)

Skizze:



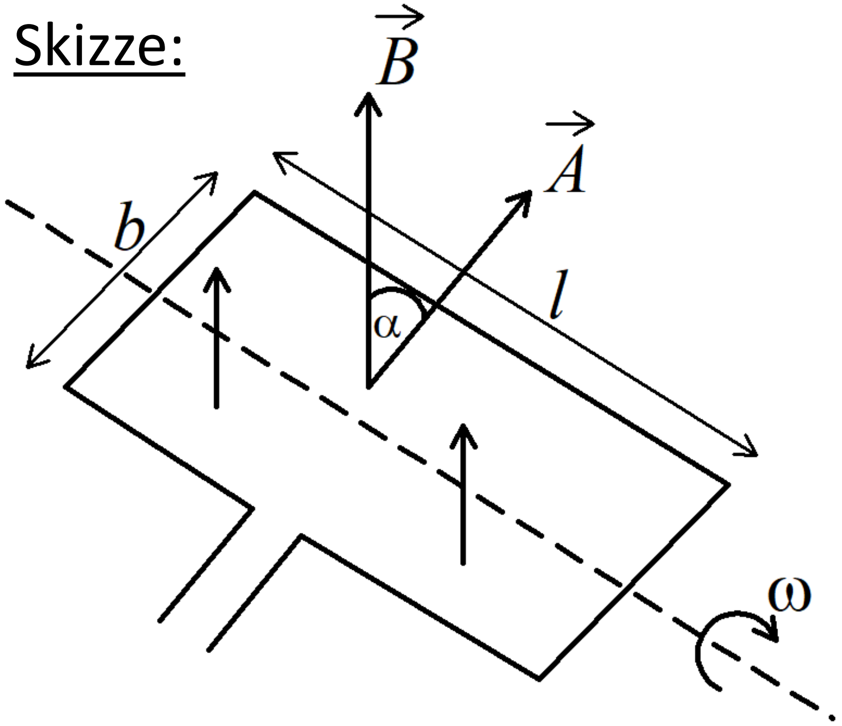
In unserem Fall ist der magnetische Fluss einfach das Skalarprodukt aus magn. Flussdichte $\vec{B}$ und Flächennormale $\vec{A}$:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\Phi = BA \cdot \cos(\alpha)$$

647) Lösung a)

Skizze:



In unserem Fall ist der magnetische Fluss einfach das Skalarprodukt aus magn. Flussdichte $\vec{B}$ und Flächennormale $\vec{A}$:

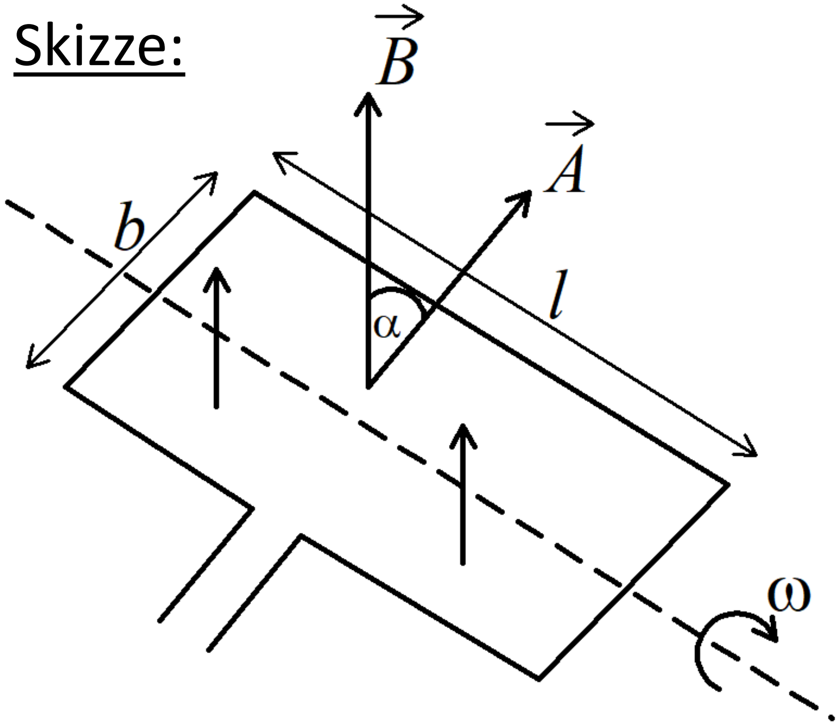
$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

$$\Phi = BA \cdot \cos(\alpha)$$

$$\Phi = Bbl \cdot \cos(\alpha)$$

647) Lösung a)

Skizze:



In unserem Fall ist der magnetische Fluss einfach das Skalarprodukt aus magn. Flussdichte $\vec{B}$ und Flächennormale $\vec{A}$:

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

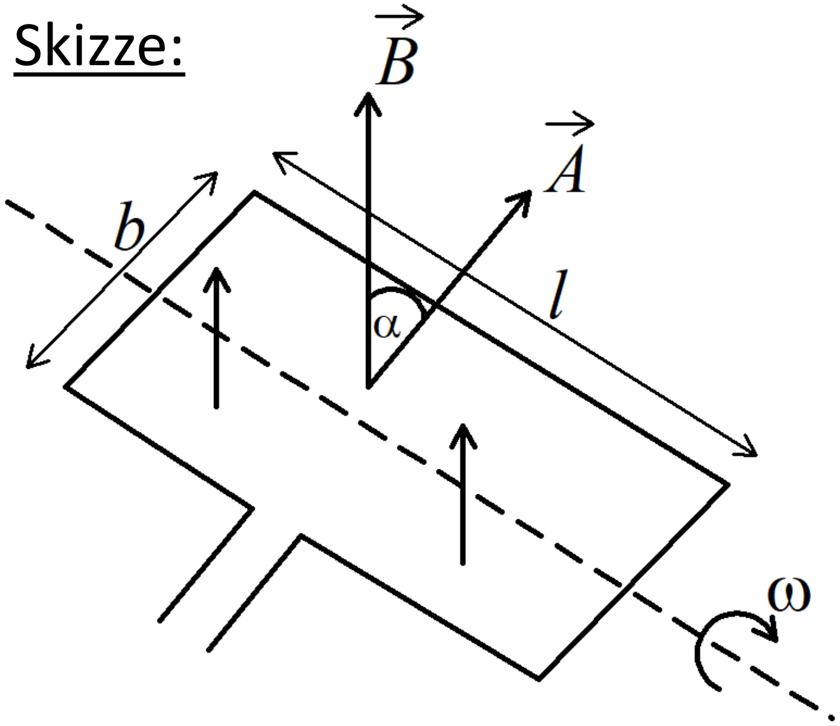
$$\Phi = BA \cdot \cos(\alpha)$$

$$\Phi = Bbl \cdot \cos(\alpha)$$

$$\Phi = 4{,}418 \cdot 10^{-4}\mathrm{Tm}^2 = 0{,}44\mathrm{mWb}$$

647) Lösung b)

Skizze:



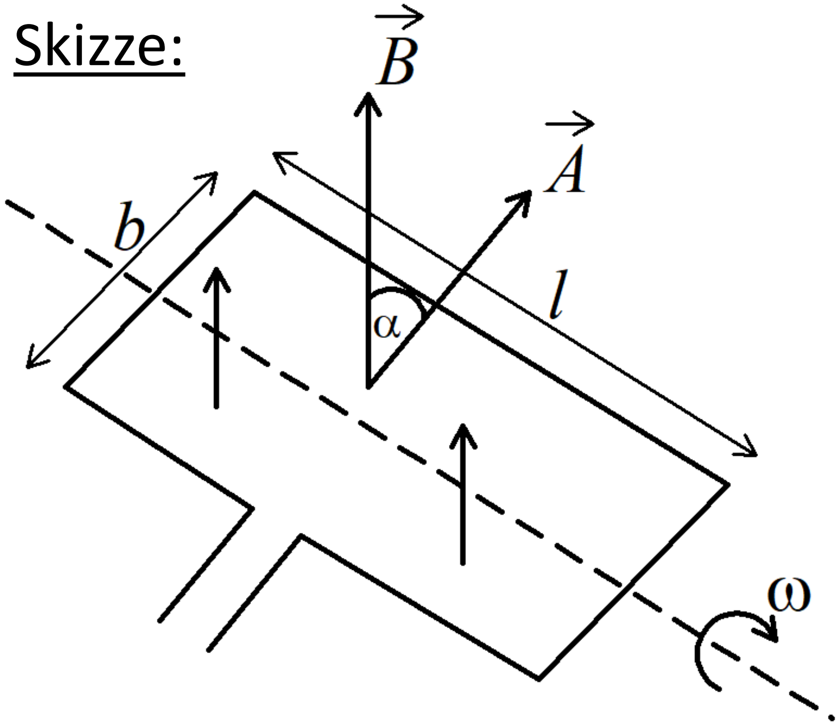
Die Gleichung zur Berechnung der induzierten Spannung lautet:

$$U_{\mathrm{ind}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

Das heißt, wir müssen herausfinden wie sich der magn. Fluss mit der Zeit ändert.

647) Lösung b)

Skizze:



Die Gleichung zur Berechnung der induzierten Spannung lautet:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial\Phi}{\partial t}$$

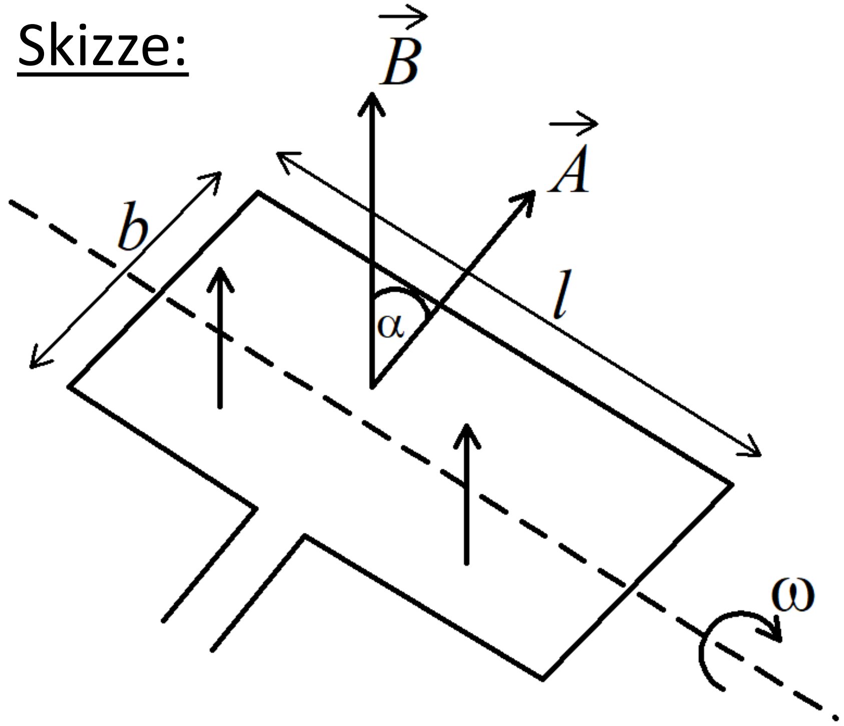
Das heißt, wir müssen herausfinden wie sich der magn. Fluss mit der Zeit ändert.

Setzen wir den magn. Fluss aus Aufgabenteil a) ein, so erhalten wir:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial(Bbl \cdot \cos(\alpha))}{\partial t}$$

647) Lösung b)

Skizze:



Die Gleichung zur Berechnung der induzierten Spannung lautet:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial \Phi}{\partial t}$$

Das heißt, wir müssen herausfinden wie sich der magn. Fluss mit der Zeit ändert.

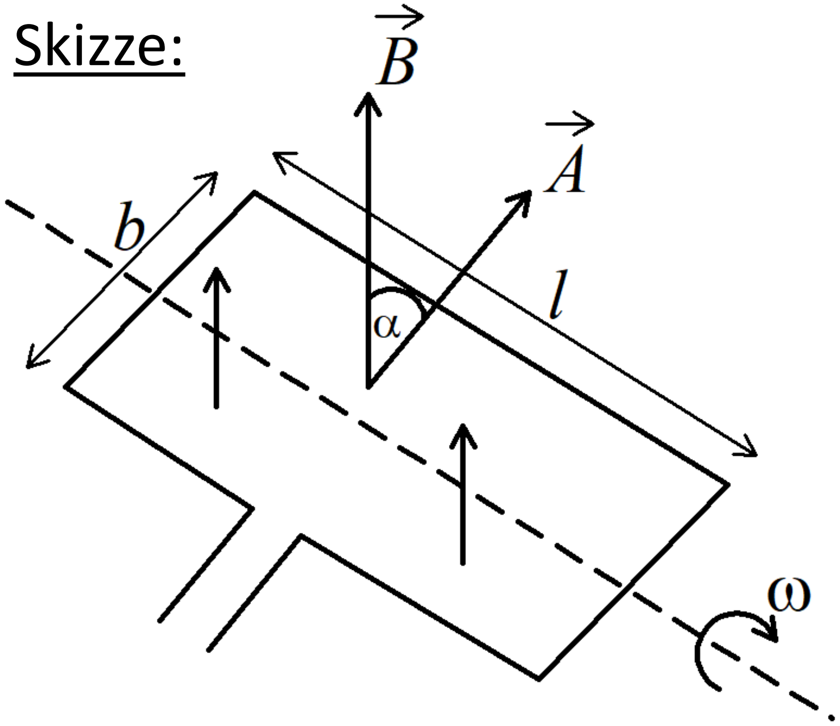
Setzen wir den magn. Fluss aus Aufgabenteil a) ein, so erhalten wir:

$$U_{\text{ind}} = -\frac{\partial (Bbl \cdot \cos(\alpha))}{\partial t}$$

Dies ist allerdings nur die Lösung für den Winkel α. Wenn die Leiterschleife mit der Winkelgeschwindigkeit ω rotiert, verändert sich α natürlich zum neuen Winkel φ.

647) Lösung b)

Skizze:

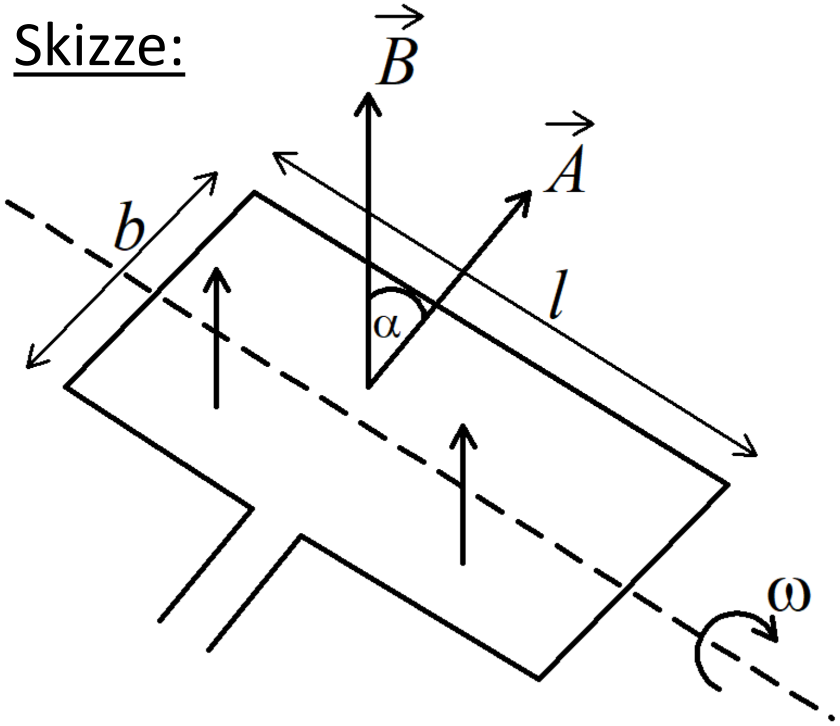


In der momentanen Gleichung sind alle Größen bis auf den Winkel zeitlich konstant, wir können diese also vor die Ableitung ziehen:

$$U_{\mathrm{ind}} = -Bbl \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cos(\varphi)$$

647) Lösung b)

Skizze:



In der momentanen Gleichung sind alle Größen bis auf den Winkel zeitlich konstant, wir können diese also vor die Ableitung ziehen:

$$U_{\text{ind}} = -Bbl \cdot \frac{\partial}{\partial t}\cos(\varphi)$$

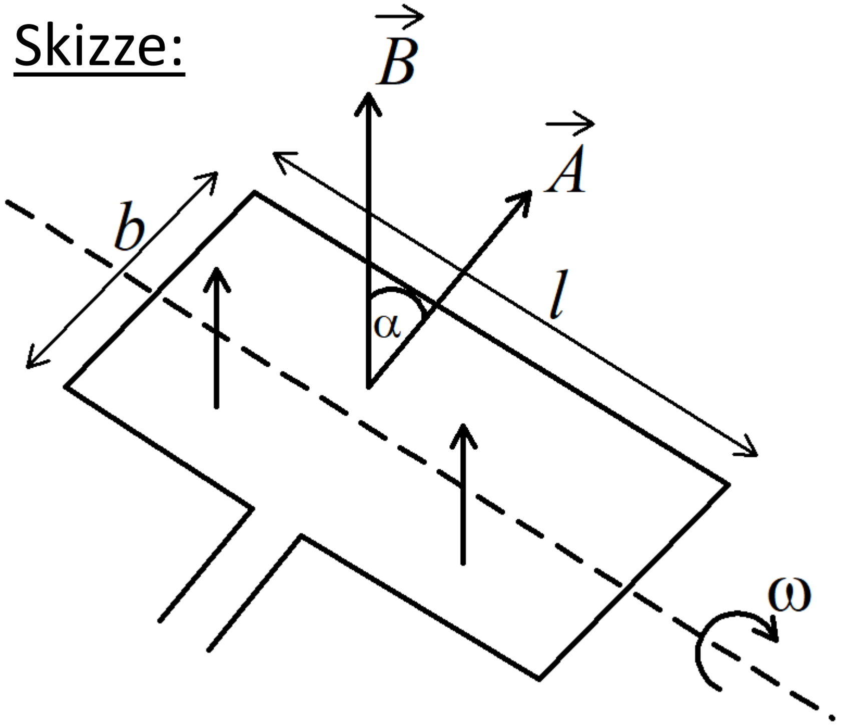
Jetzt drücken wir die Zeitabhängigkeit unseres Winkels aus als:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

(Erinnerung:
- gleichförmige Rotationsbewegung
- Anfangswinkel φ_0 (kann zu 0 gesetzt werden))

647) Lösung b)

Skizze:



In der momentanen Gleichung sind alle Größen bis auf den Winkel zeitlich konstant, wir können diese also vor die Ableitung ziehen:

$$U_{\text{ind}} = -Bbl \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cos(\varphi)$$

Jetzt drücken wir die Zeitabhängigkeit unseres Winkels aus als:

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

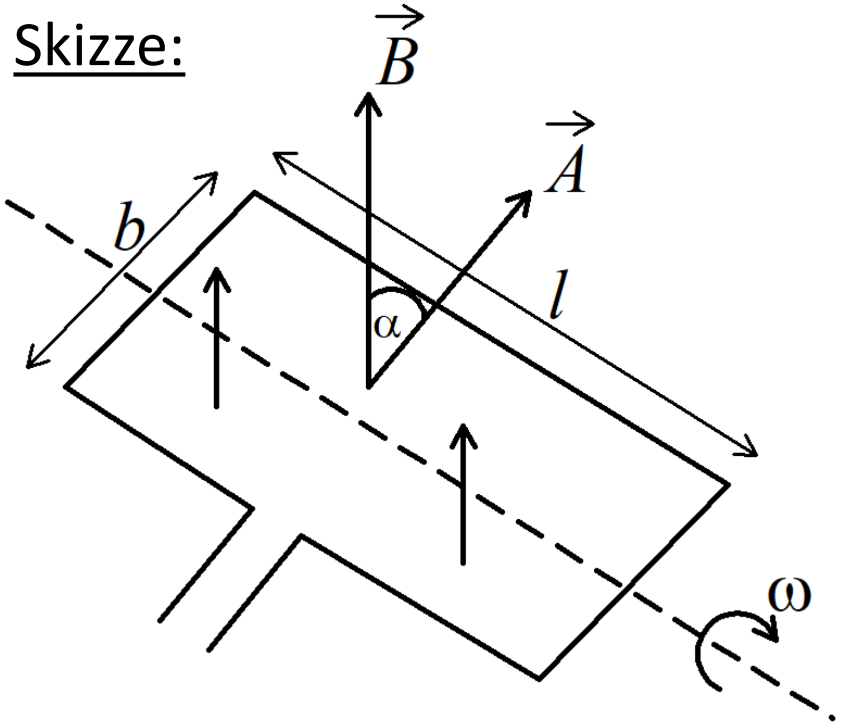
$$\left(\begin{array}{l} \text{Erinnerung:} \\ \quad - \text{gleichförmige Rotationsbewegung} \\ \quad - \text{Anfangswinkel } \varphi_0 \text{(kann zu 0 gesetzt werden)} \end{array} \right)$$

Setzen wir diesen Winkel in die Gleichung ein, erhalten wir:

$$U_{\text{ind}} = -Bbl \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

647) Lösung b)

Skizze:



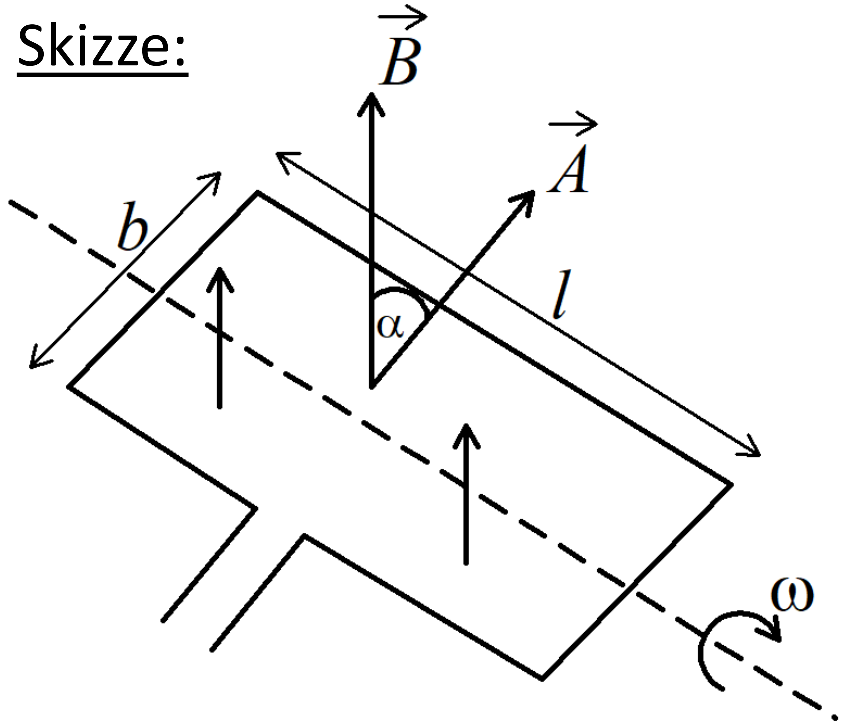
Nun führen wir die zeitliche Ableitung durch:

$$U_{\text{ind}} = -Bbl \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$U_{\text{ind}} = Bbl \cdot \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

647) Lösung b)

Skizze:



Nun führen wir die zeitliche Ableitung durch:

$$U_{\text{ind}} = -Bbl \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

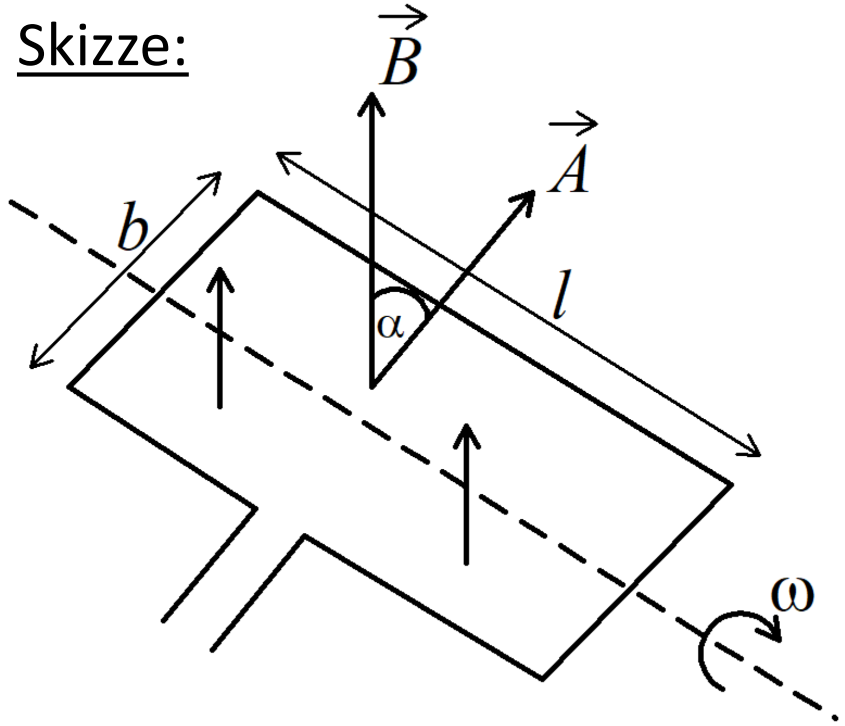
$$U_{\text{ind}} = Bbl \cdot \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Laut Aufgabenstellung interessiert uns der maximale Wert, den U_{ind} annehmen, also:

$$U_{\text{ind}}^{\max} = \max(U_{\text{ind}}) = \max(Bbl \cdot \omega \sin(\omega t + \varphi_0))$$

647) Lösung b)

Skizze:



Nun führen wir die zeitliche Ableitung durch:

$$U_{\text{ind}} = -Bbl \cdot \frac{\partial}{\partial t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

$$U_{\text{ind}} = Bbl \cdot \omega \sin(\omega t + \varphi_0)$$

Laut Aufgabenstellung interessiert uns der maximale Wert, den U_{ind} annehmen, also:

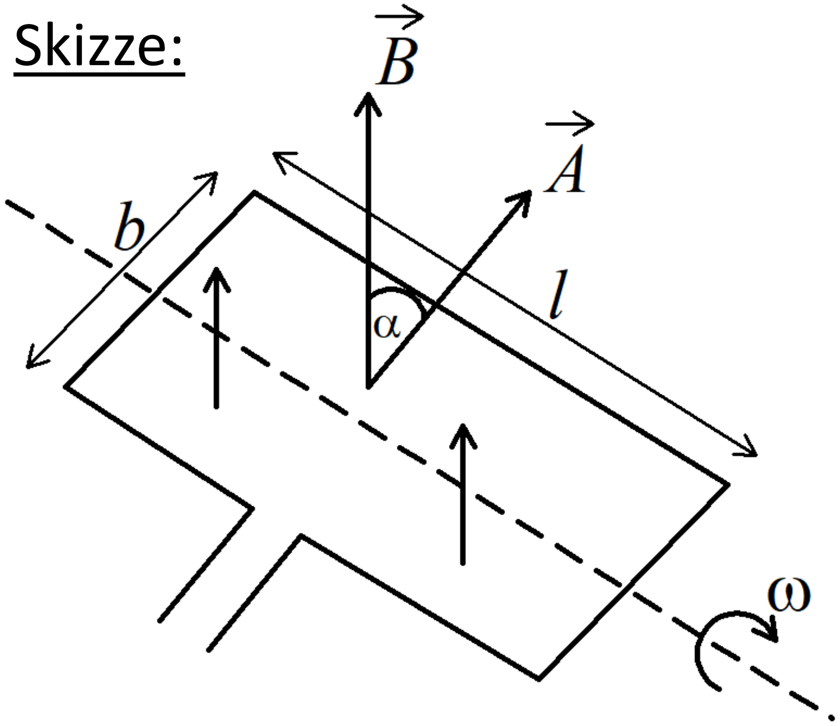
$$U_{\text{ind}}^{\max} = \max(U_{\text{ind}}) = \max(Bbl \cdot \omega \sin(\omega t + \varphi_0))$$

Auch in dieser Gleichung können wir viele konstante Größe vorziehen:

$$U_{\text{ind}}^{\max} = Bbl\omega \cdot \max(\sin(\omega t + \varphi_0))$$

647) Lösung b)

Skizze:

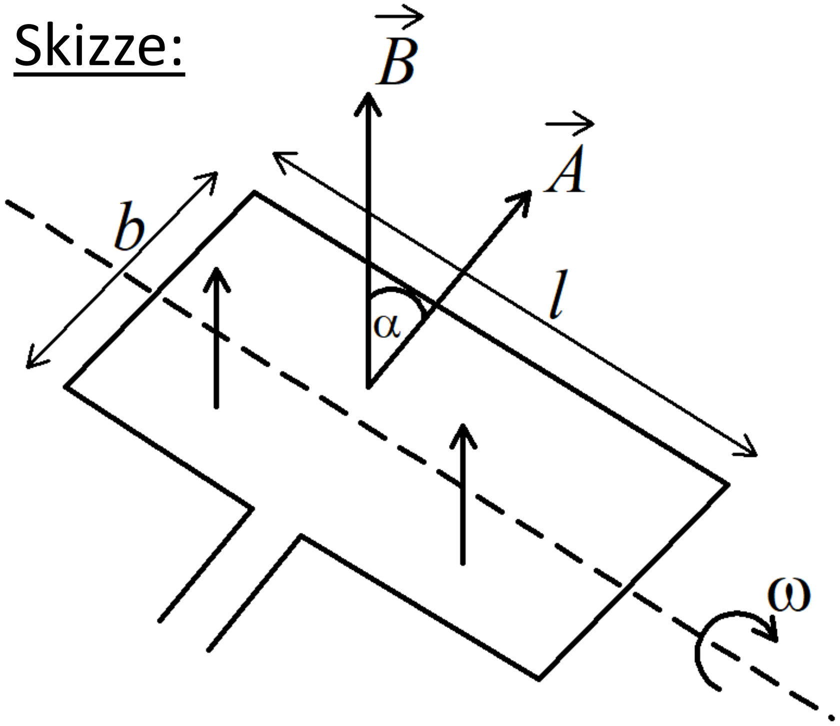


Das Maximum einer Sinus-Funktion ist immer 1. Demnach folgt:

$$U_{\text{ind}}^{\max} = Bbl\omega \cdot \underbrace{\max(\sin(\omega t + \varphi_0))}_{=1}$$

647) Lösung b)

Skizze:



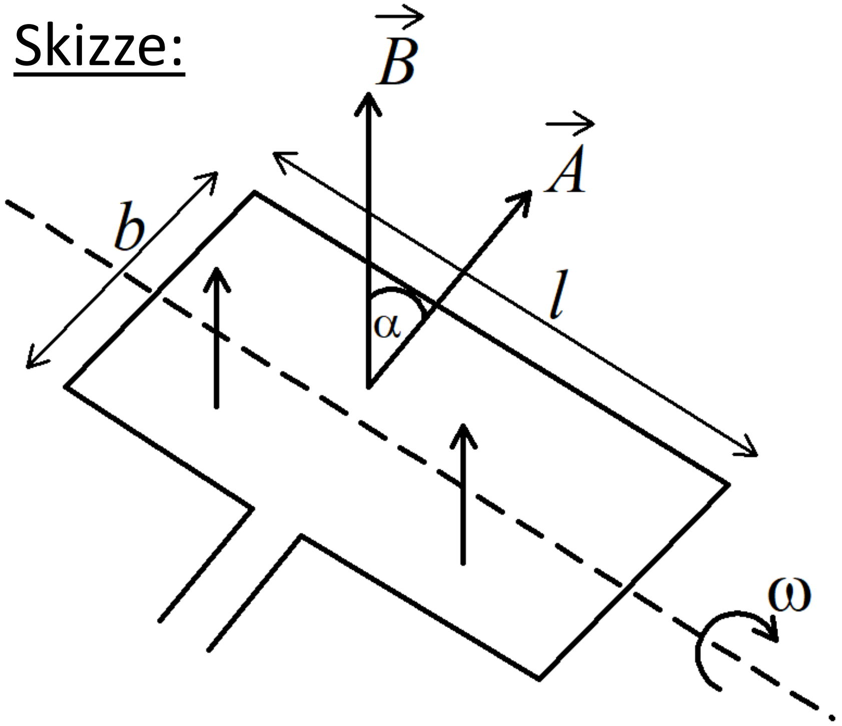
Das Maximum einer Sinus-Funktion ist immer 1. Demnach folgt:

$$U_{\text{ind}}^{\max} = Bbl\omega \cdot \underbrace{\max(\sin(\omega t + \varphi_0))}_{=1}$$

$$U_{\text{ind}}^{\max} = Bbl\omega$$

647) Lösung b)

Skizze:



Das Maximum einer Sinus-Funktion ist immer 1. Demnach folgt:

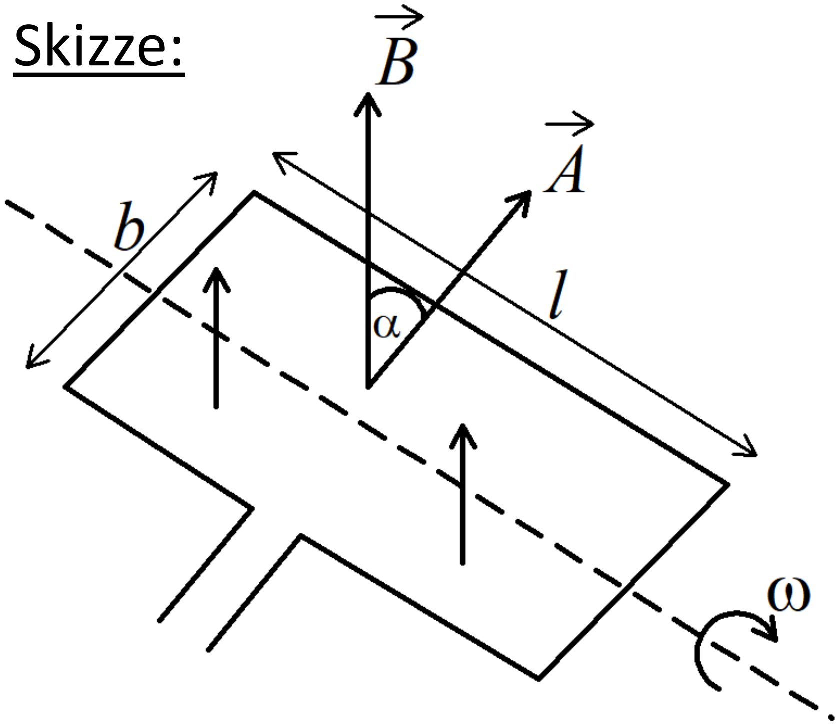
$$U_{\text{ind}}^{\max} = Bbl\omega \cdot \underbrace{\max(\sin(\omega t + \varphi_0))}_{=1}$$

$$U_{\text{ind}}^{\max} = Bbl\omega$$

$$\underline{\underline{U_{\text{ind}}^{\max} = 0{,}048\text{V} = 48\text{mV}}}$$

647) Lösung c)

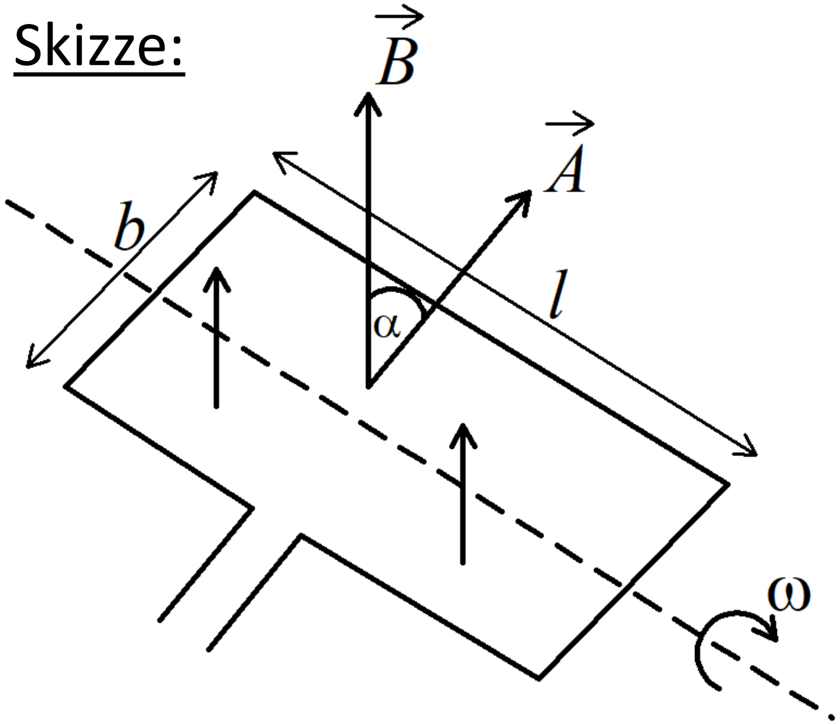
Skizze:



Solange die Leiterschleife das Magnetfeld nicht verlässt, wird im Fall einer Bewegung mit $\vec{A} \parallel \vec{B}$ **keine** Spannung induziert!

647) Lösung c)

Skizze:



Solange die Leiterschleife das Magnetfeld nicht verlässt, wird im Fall einer Bewegung mit $\vec{A} \parallel \vec{B}$ **keine** Spannung induziert!

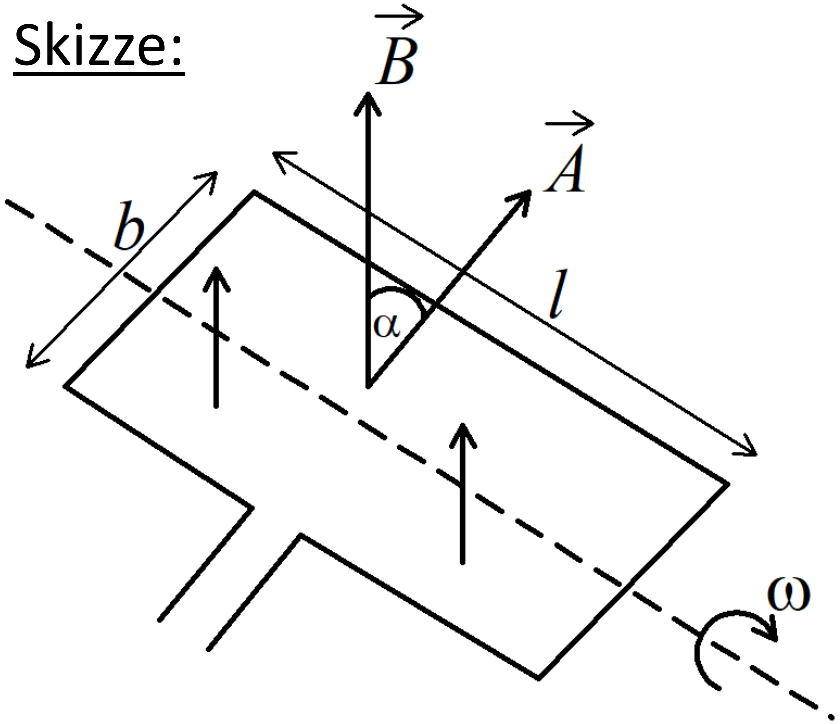
Begründung:

Eine Spannung kann nur dann induziert werden, wenn sich der magnetische Fluss zeitlich ändert.
Da in diesem Fall sowohl die durchsetzte Fläche als auch das Magnetfeld konstant gehalten werden, wird automatisch auch der magnetische Fluss konstant gehalten.
Somit kann es keine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses geben und damit auch keine Spannung induziert werden.

Fertig ☺

647) Lösung c)

Skizze:



Solange die Leiterschleife das Magnetfeld nicht verlässt, wird im Fall einer Bewegung mit $\vec{A} \parallel \vec{B}$ **keine** Spannung induziert!

Begründung:

Eine Spannung kann nur dann induziert werden, wenn sich der magnetische Fluss zeitlich ändert.
Da in diesem Fall sowohl die durchsetzte Fläche als auch das Magnetfeld konstant gehalten werden, wird automatisch auch der magnetische Fluss konstant gehalten.
Somit kann es keine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses geben und damit auch keine Spannung induziert werden.

Hinweis:

Diese Erklärung trifft eigentlich auch auf den Aufgabenteil a) zu.
Auch dort würde streng genommen keine Spannung induziert werden, solange α und $\vec{B}$ constant gehalten werden.

Fertig ☺