# Übungsserie 9 – Physik II

- Die Übungsaufgaben sind entnommen aus:
  *PHYSIK – Beispiele und Aufgaben*;
  H. Stroppe, P. Streitenberger, E. Specht, J. Zeitler, H. Langer;
  Fachbuchverlag Leipzig im Carl Hanser Verlag, München, 2017.

- Als allgemeine Grundlagen vorrausgesetzt werden die Inhalt aus Physik I sowie übliche mathematische Beziehung (wie der Satz des Phytagoras, trigonometrische Zusammenhänge und Ableiten/Integrieren)

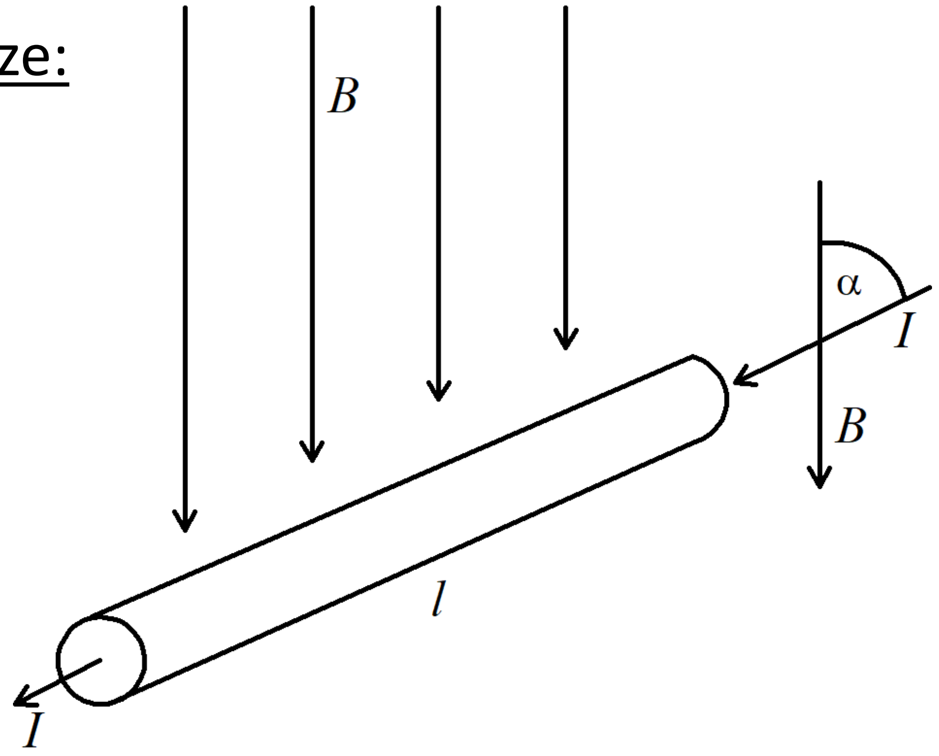
- Die Übung ist fakultativ, es müssen keine Übungsaufgaben abgegeben werden

- Es wird empfohlen die Aufgaben zunächst alleine zu lösen und erst dann mit den Lösungsblatt zu vergleichen (oder das Lösungsblatt zumindest nur für die Ansätze zu nutzen, falls man keine Idee zum Anfangen hat)

- Falls während der Bearbeitung Fragen entstehen, können diese an elias.baron@ovgu.de gestellt werden oder man bespricht sie persönlich im G16-145 (Büro)

# 608) Aufgabe

Skizze:



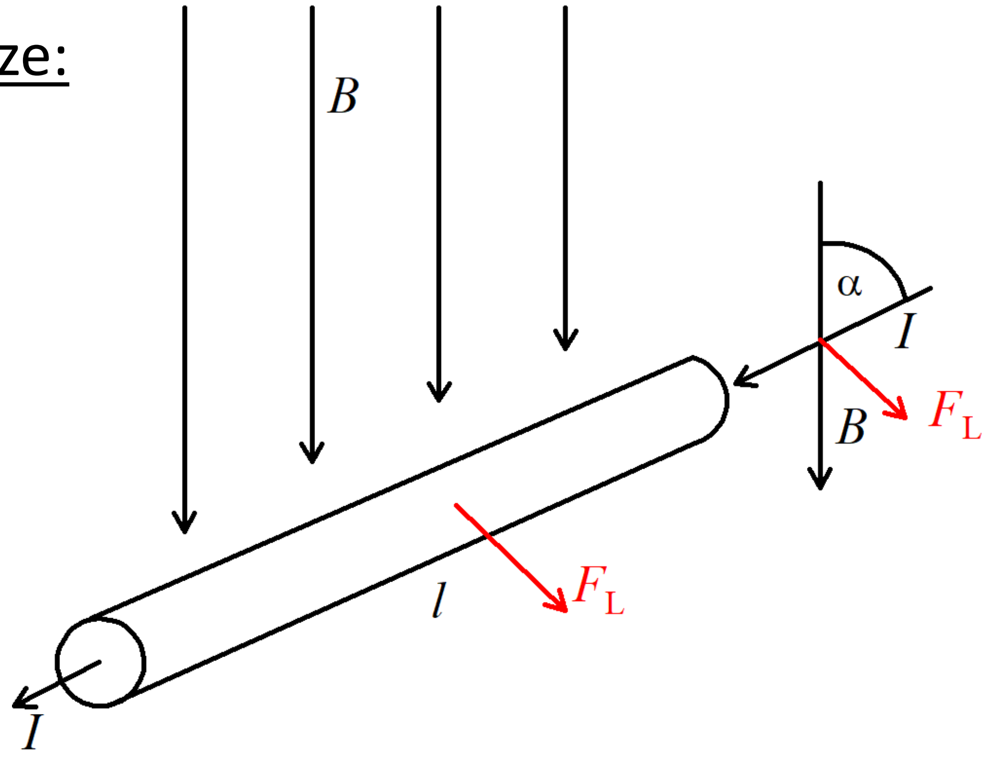

Stromstärke: $I = 5\text{A}$
Magn. Flussdichte: $B = 0{,}1\text{T}$

Winkel: $\alpha = 90°, 45°, 0°$

Gesucht ist die Kraft pro Längeneinheit $\vec{K}$, die auf den Leiter wirkt, wenn dieser mit den magnetischen Feldlinien den Winkel $\alpha$ einschließt.

# 608) Grundlagen

Skizze:

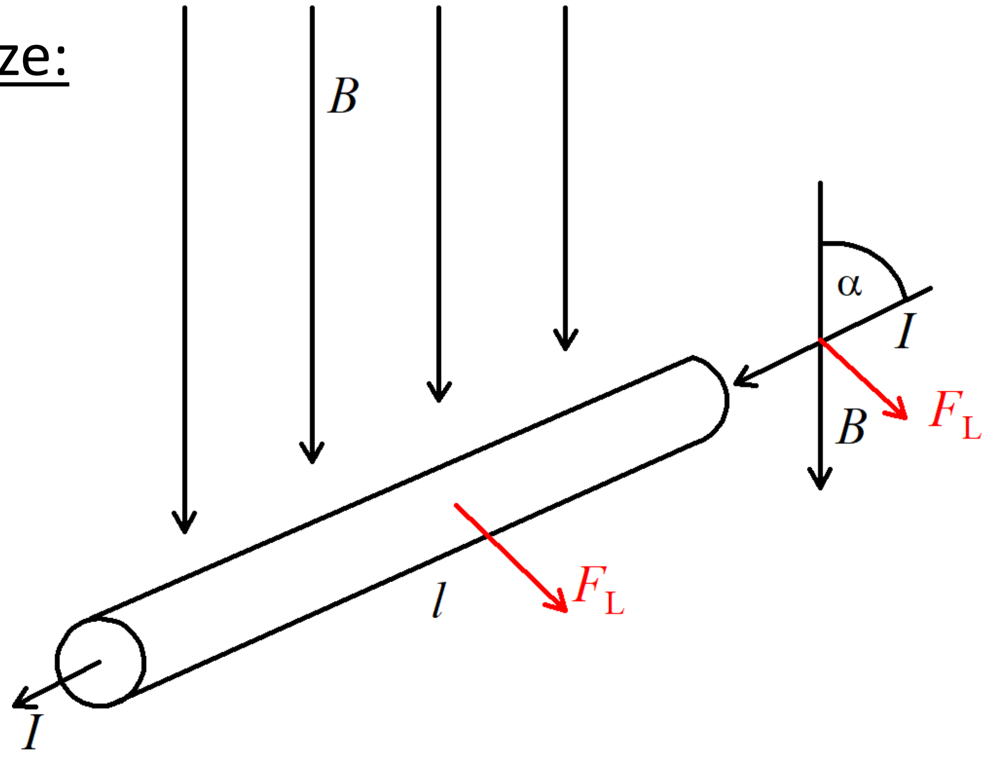



Lorentzkraft auf einen stromdurchflossenen Leiter:

$$\vec{F}_\mathrm{L} = l\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

# 608) Grundlagen

Skizze:



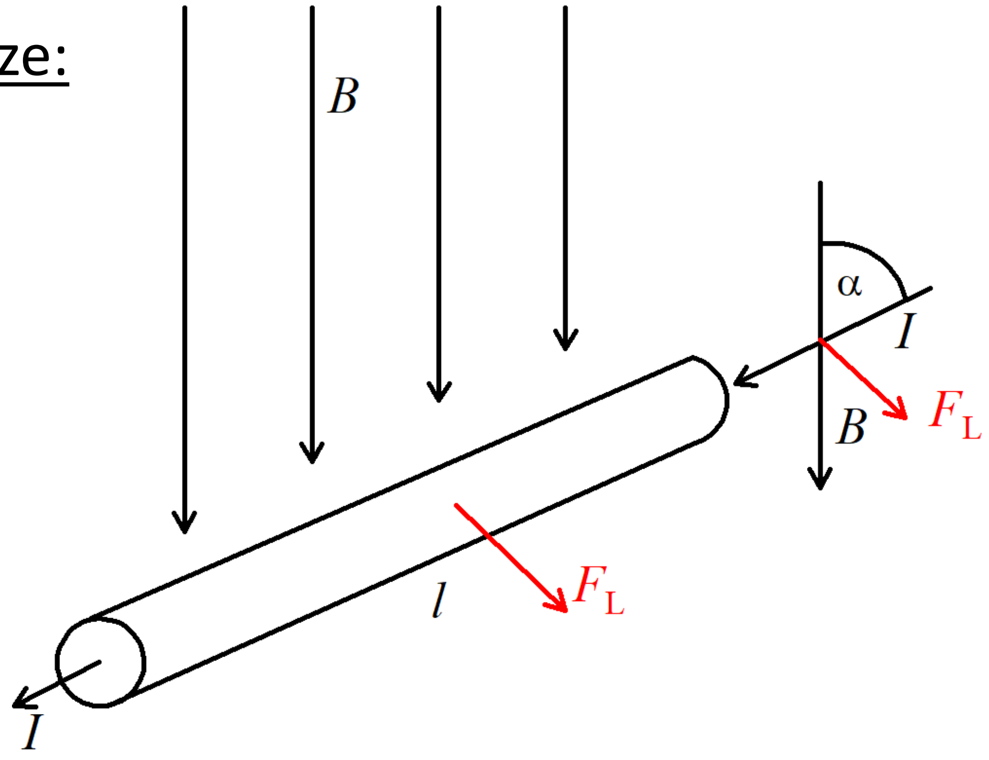

Lorentzkraft auf einen stromdurchflossenen Leiter:

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = l\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

$l$ – Länge des Leiters
$I$ – Stromstärke
$B$ – Magnetische Flussdichte

# 608) Grundlagen

Skizze:




Lorentzkraft auf einen stromdurchflossenen Leiter:

$$\vec{F}_L = l(\vec{I} \times \vec{B}) = I(\vec{l} \times \vec{B})$$

$l$ – Länge des Leiters
$I$ – Stromstärke
$B$ – Magnetische Flussdichte

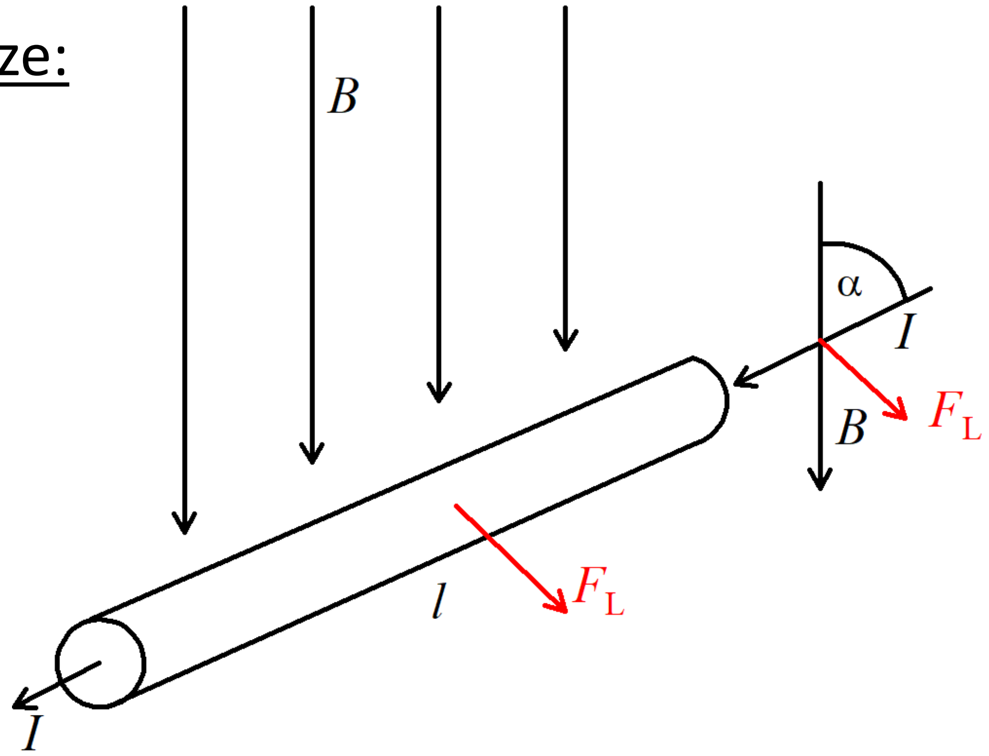
(Analog: Lorentzkraft auf bewegte Ladungsträger: )

$$\vec{F}_L = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

($Q$ – Ladung, $\vec{v}$ – Geschwindigkeit des Ladungsträger)

# 608) Lösung

Skizze:

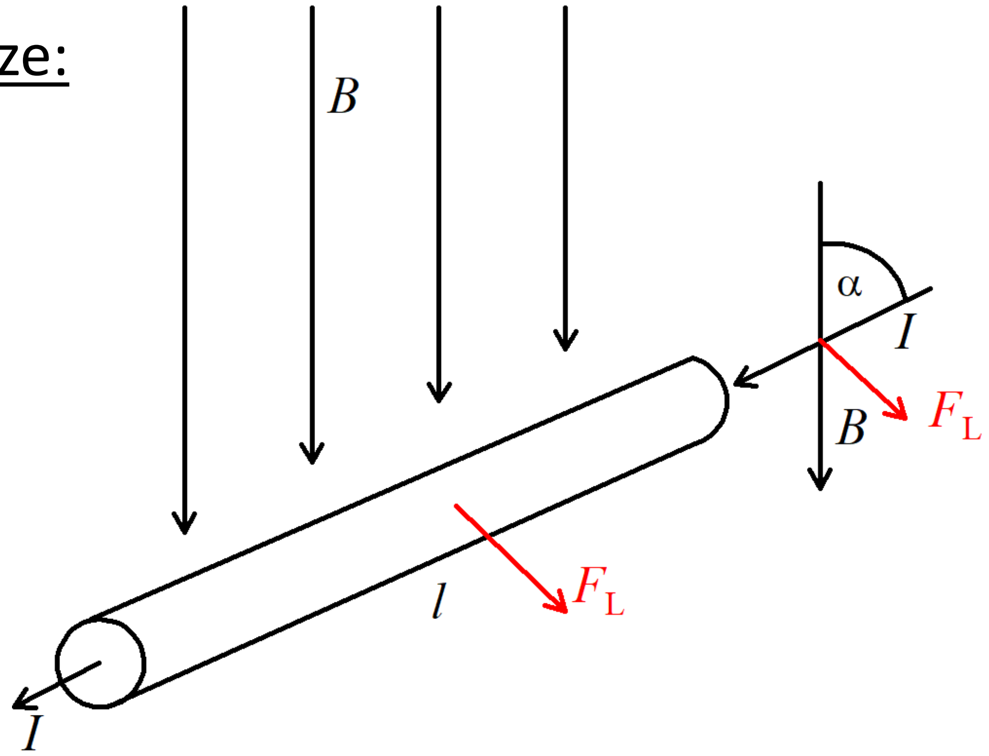



Gesucht ist die Kraft pro Längeneinheit, also:

$$\vec{K} = \frac{\vec{F}_L}{l} = \vec{I} \times \vec{B}$$

# 608) Lösung

Skizze:




Gesucht ist die Kraft pro Längeneinheit, also:

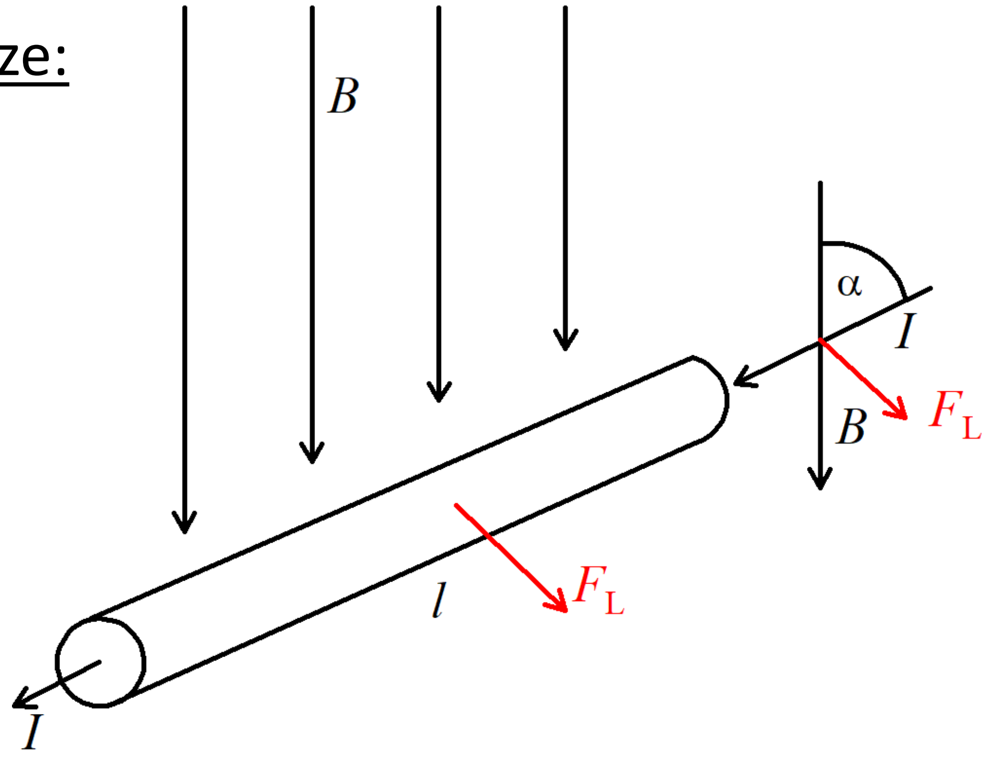
$$\vec{K} = \frac{\vec{F}_{\mathrm{L}}}{l} = \vec{I} \times \vec{B}$$

Wir legen die Richtung von $\vec{I}$ fest als:

$$\vec{I} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

# 608) Lösung

Skizze:




Gesucht ist die Kraft pro Längeneinheit, also:

$$\vec{K} = \frac{\vec{F}_\mathrm{L}}{l} = \vec{I} \times \vec{B}$$

Wir legen die Richtung von $\vec{I}$ fest als:

$$\vec{I} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Damit folgt die Richtung von $\vec{B}$ zu:

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} B\cos(\alpha) \\ B\sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix}$$

# 608) Lösung

Jetzt müssen wir nur noch das Kreuzprodukt lösen:

# 608) Lösung

Jetzt müssen wir nur noch das Kreuzprodukt lösen:

$$\vec{I} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B\cos(\alpha) \\ B\sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} = IB \cdot \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \right]$$

# 608) Lösung

Jetzt müssen wir nur noch das Kreuzprodukt lösen:

$$\vec{I} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B\cos(\alpha) \\ B\sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} = IB \cdot \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \right]$$

$$= IB \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \cdot 0 - 0 \cdot \sin(\alpha) \\ 0 \cdot \cos(\alpha) - 1 \cdot 0 \\ 1 \cdot \sin(\alpha) - 0 \cdot \cos(\alpha) \end{pmatrix} \right]$$

Kreuzprodukt ausführen

# 608) Lösung

Jetzt müssen wir nur noch das Kreuzprodukt lösen:

$$\vec{I} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B\cos(\alpha) \\ B\sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} = IB \cdot \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \right]$$

Kreuzprodukt ausführen

$$= IB \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \cdot 0 - 0 \cdot \sin(\alpha) \\ 0 \cdot \cos(\alpha) - 1 \cdot 0 \\ 1 \cdot \sin(\alpha) - 0 \cdot \cos(\alpha) \end{pmatrix} \right]$$

Vereinfachen

$$= IB \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} \right]$$

# 608) Lösung

Jetzt müssen wir nur noch das Kreuzprodukt lösen:

$$\vec{I} \times \vec{B} = \begin{pmatrix} I \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} B\cos(\alpha) \\ B\sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} = IB \cdot \left[ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \right]$$

Kreuzprodukt ausführen

$$= IB \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \cdot 0 - 0 \cdot \sin(\alpha) \\ 0 \cdot \cos(\alpha) - 1 \cdot 0 \\ 1 \cdot \sin(\alpha) - 0 \cdot \cos(\alpha) \end{pmatrix} \right]$$

Vereinfachen

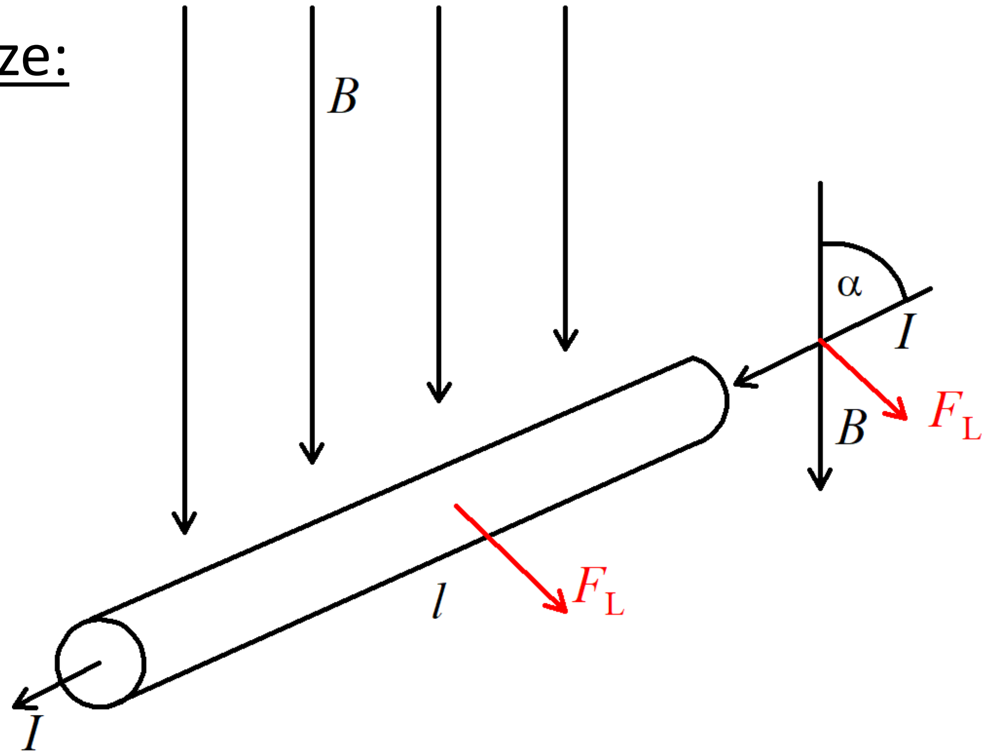
$$= IB \cdot \left[ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} \right]$$

$$= IB \cdot \sin(\alpha) \cdot \vec{e}_z$$

($\vec{e}_z$ ist hier der Einheitsvektor in $z$-Richtung)

# 608) Lösung

Skizze:

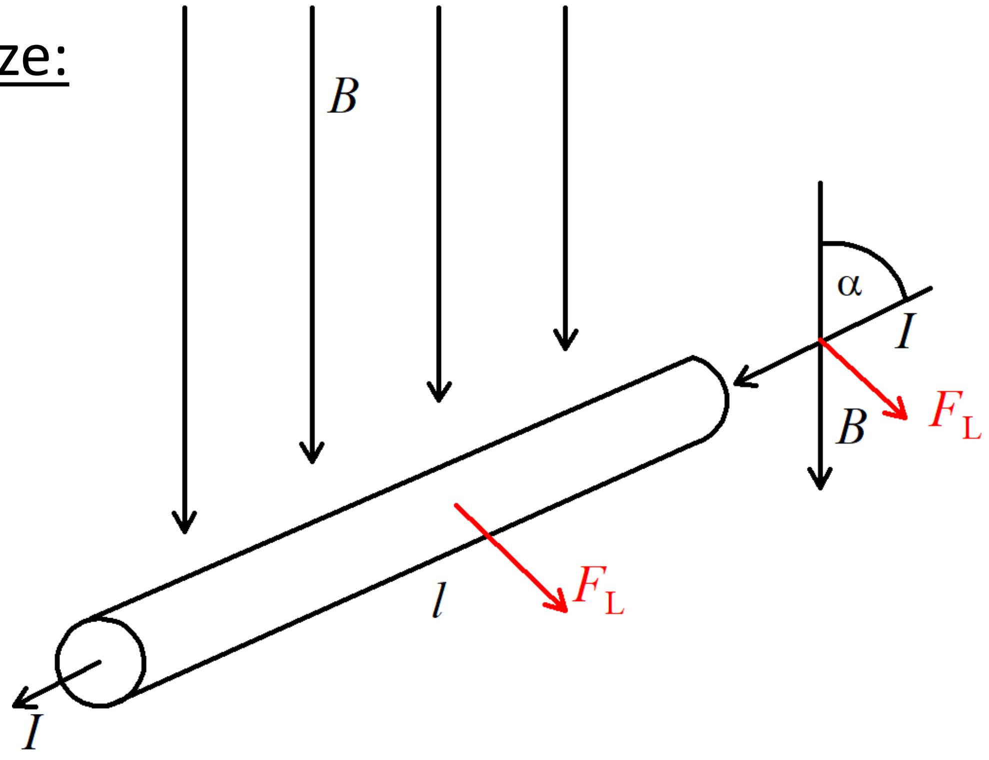



Somit ergibt sich als Gesamtlösung:

$$\vec{K} = IB \cdot \sin(\alpha) \cdot \vec{e}_z$$

# 608) Lösung

Skizze:




Fertig ☺

Somit ergibt sich als Gesamtlösung:

$$\vec{K} = IB \cdot \sin(\alpha) \cdot \vec{e}_z$$

Für die drei verschiedenen Winkel ergeben sich die folgenden Werte:

$$\underline{\underline{\vec{K}(\alpha = 90°) = 0{,}5\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot \vec{e}_z}}$$

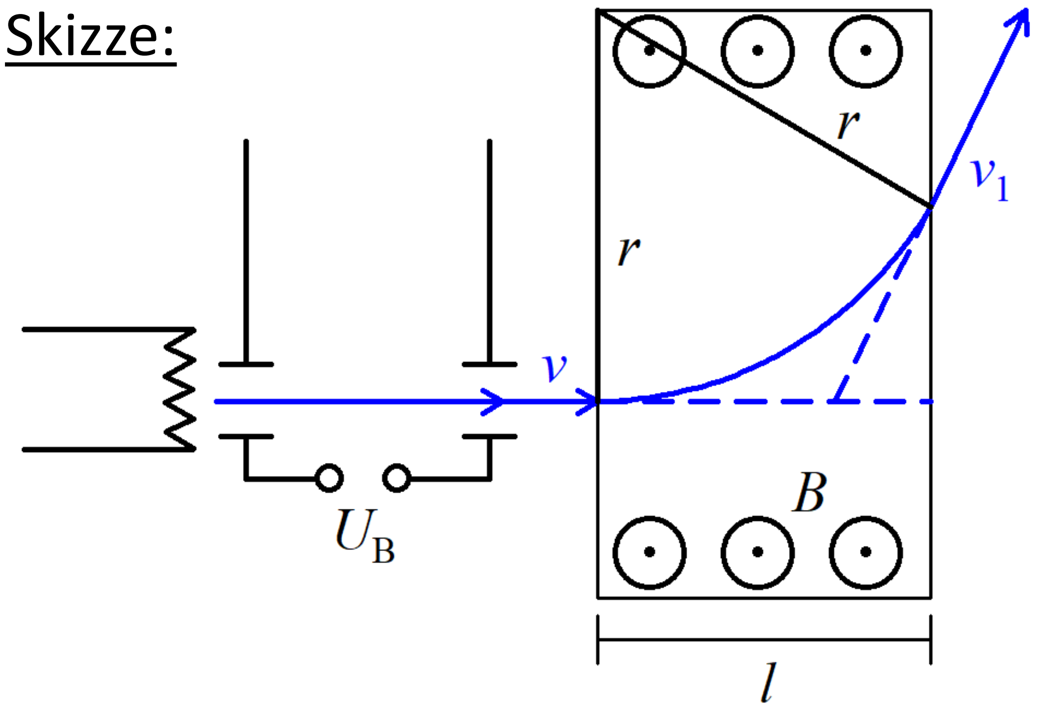
$$\underline{\underline{\vec{K}(\alpha = 45°) = 0{,}35\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}} \cdot \vec{e}_z}}$$

$$\underline{\underline{\vec{K}(\alpha = 0°) = 0\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}}}$$

(nächste Aufgabe)

# 614) Aufgabe

Skizze:




Beschleunigungsspannung: $U_B = 15\text{kV}$

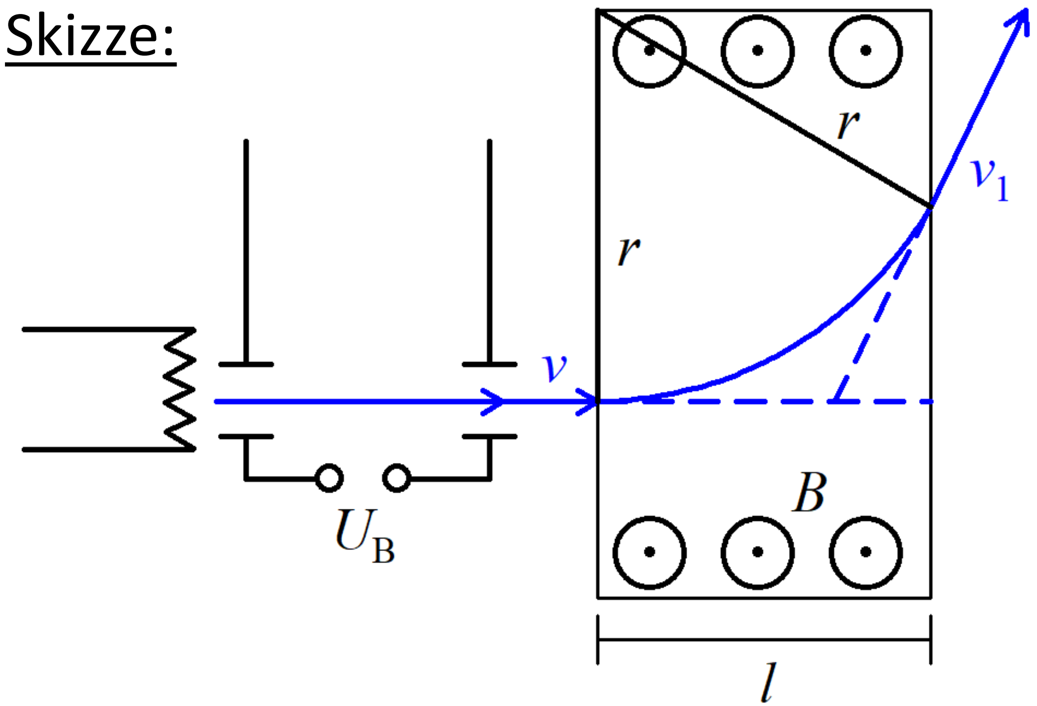
Magnetische Flussdichte: $B = 8 \cdot 10^{-3}\text{T}$

Spezifische Ladung des Elektrons: $\frac{e}{m_e} = 1{,}76 \cdot 10^{11}\,\frac{\text{C}}{\text{kg}}$

Gesucht ist a) die Geschwindigkeit $v$ mit der die Elektronen in das Magnetfeld eintreten, b) der Krümmungsradius $r$ der Elektronenbahn im Magnetfeld und c) die Geschwindigkeit $v_1$ des Elektrons beim Austreten aus dem Magnetfeld.

# 614) Grundlagen

Skizze:

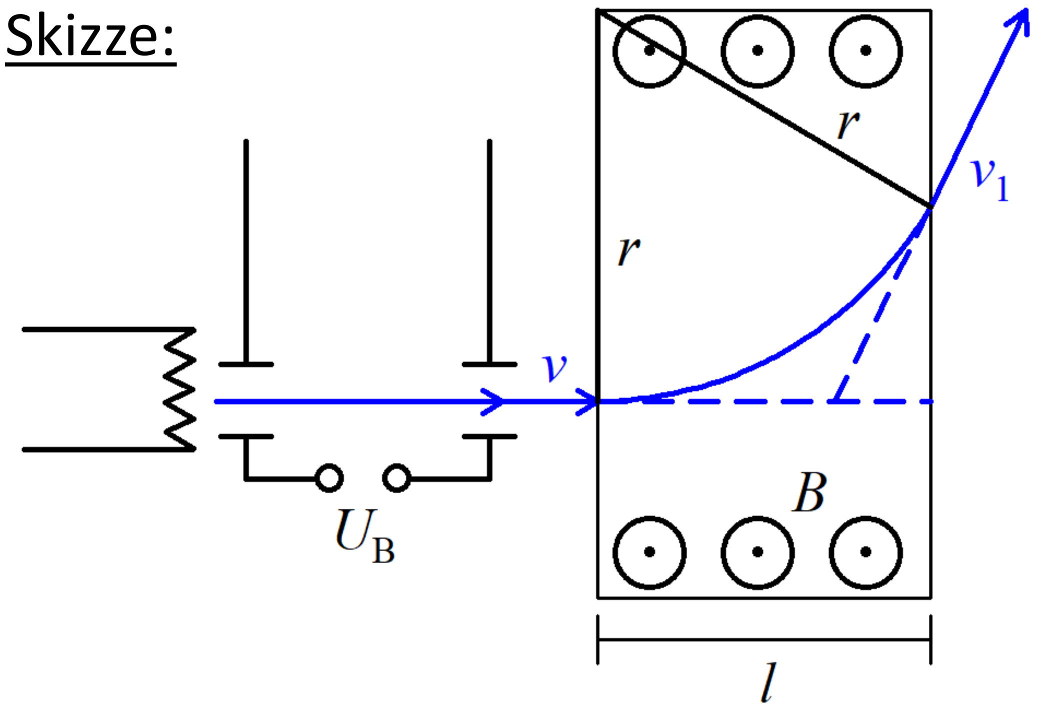



Lorentzkraft auf bewegte Ladungsträger:

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

# 614) Grundlagen

Skizze:




Lorentzkraft auf bewegte Ladungsträger:

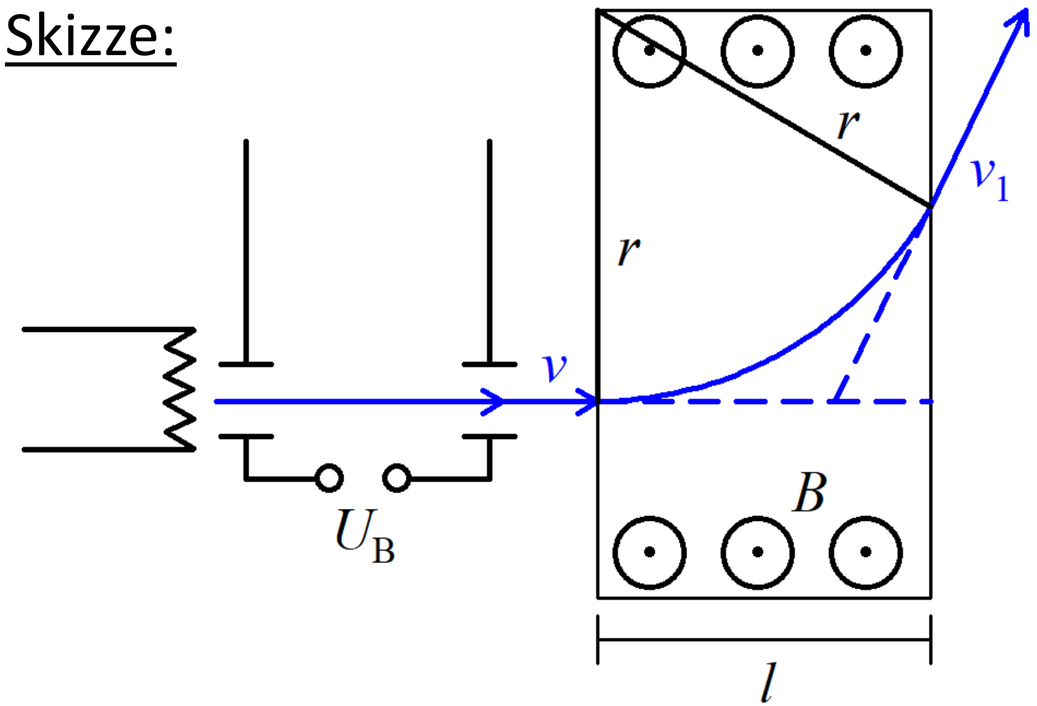
$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = Q\left(\vec{v} \times \vec{B}\right)$$

Hier sind:

$Q$ – Ladung
$\vec{v}$ – Geschwindigkeit des Ladungsträger
$\vec{B}$ – Magnetische Flussdichte

# 614) Grundlagen

Skizze:




Lorentzkraft auf bewegte Ladungsträger:

$$\vec{F}_L = Q(\vec{v} \times \vec{B})$$

Hier sind:

$Q$ – Ladung
$\vec{v}$ – Geschwindigkeit des Ladungsträger
$\vec{B}$ – Magnetische Flussdichte

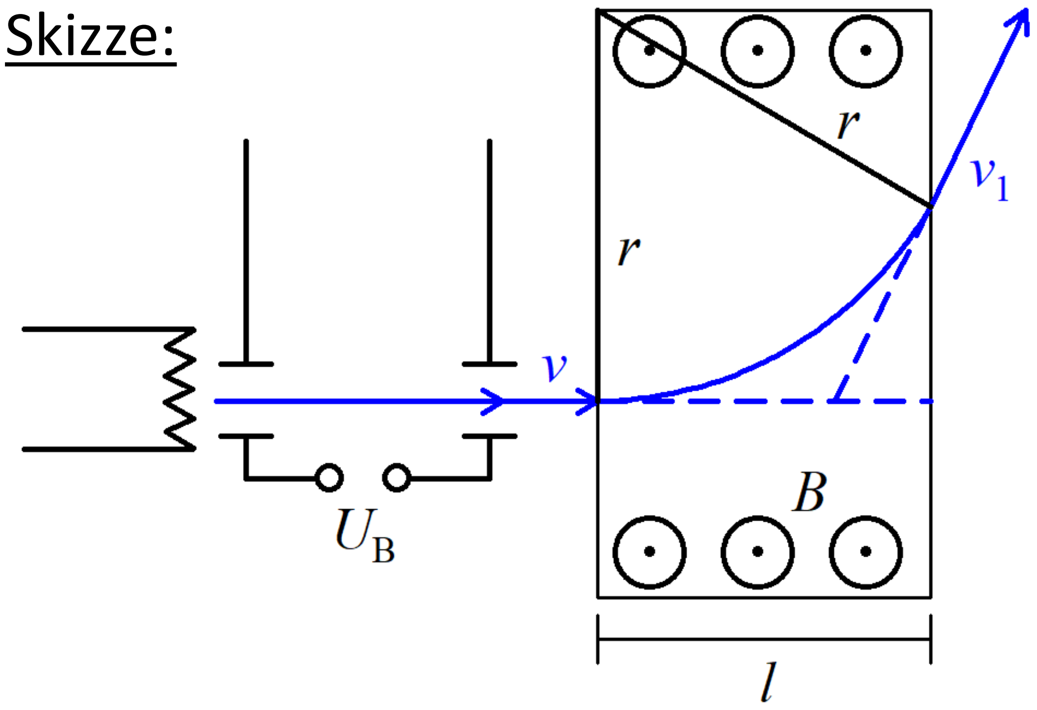
Zentripetalkraft: $F_Z = \frac{mv^2}{r}$

Kinetische Energie: $E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2$

Elektrische Energie: $E_{ele} = QU$

# 614) Lösung a)

Skizze:

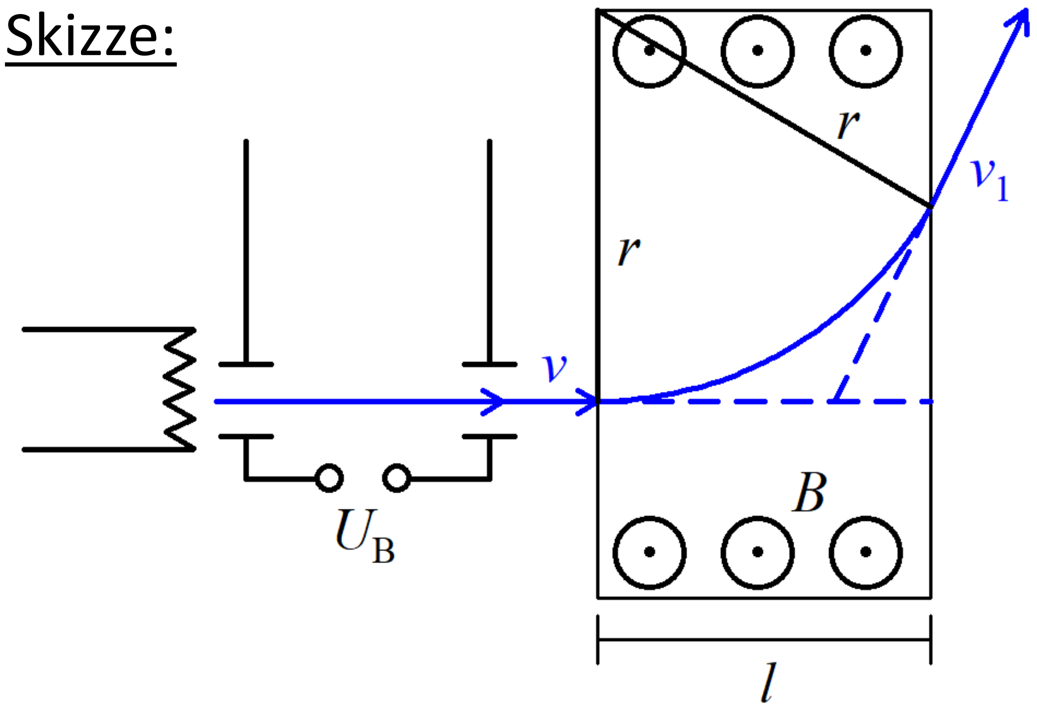



Zur Berechnung der Geschwindigkeit $\vec{v}$ stellen wir eine Energie-Betrachtung auf:

$$E_{\text{ele}} = E_{\text{kin}}$$

# 614) Lösung a)

Skizze:



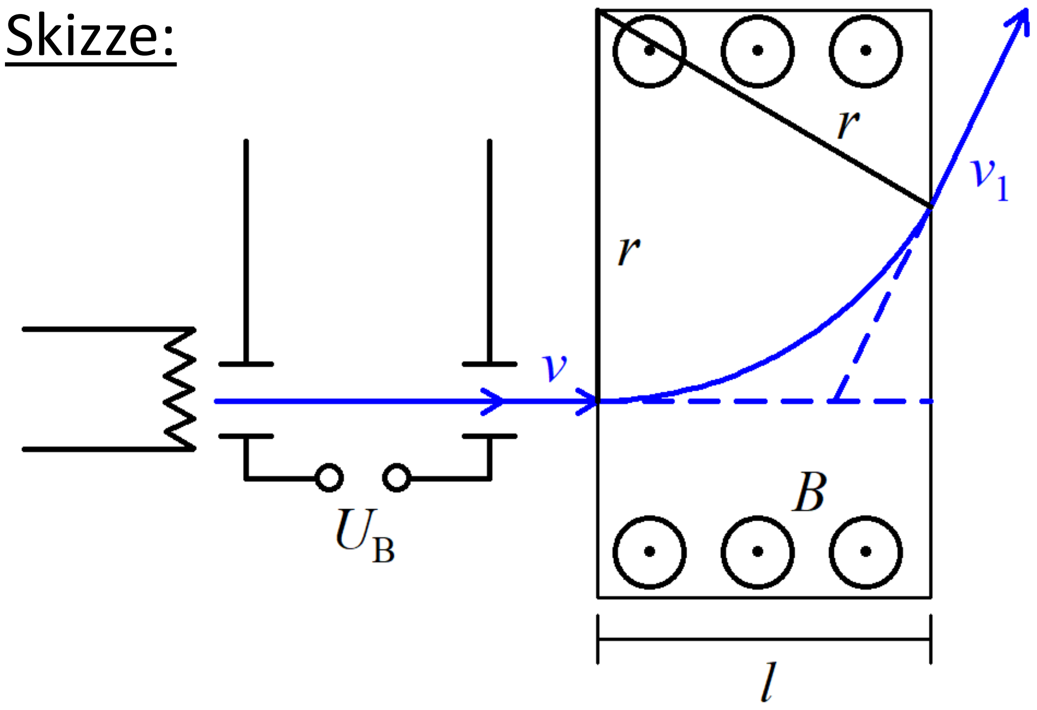

Zur Berechnung der Geschwindigkeit $\vec{v}$ stellen wir eine Energie-Betrachtung auf:

$$E_{\mathrm{ele}} = E_{\mathrm{kin}}$$

$$eU_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2} m_e v^2$$

# 614) Lösung a)

Skizze:




Zur Berechnung der Geschwindigkeit $\vec{v}$ stellen wir eine Energie-Betrachtung auf:

$$E_{\mathrm{ele}} = E_{\mathrm{kin}}$$

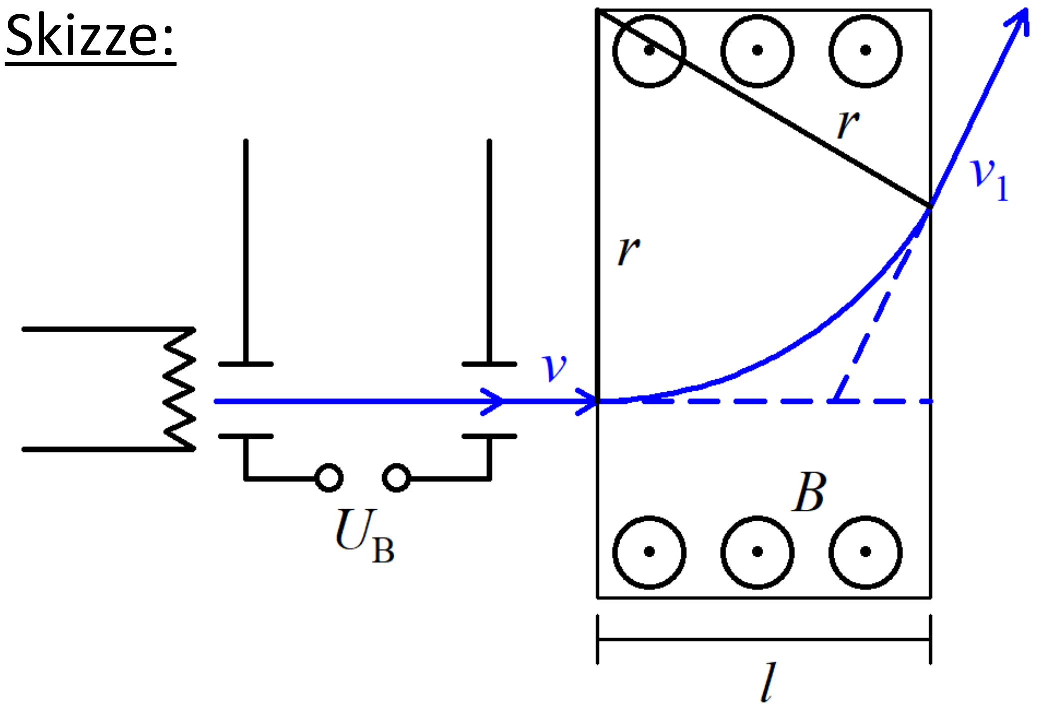
$$eU_{\mathrm{B}} = \frac{1}{2} m_e v^2$$

Daraus folgt durch umstellen:

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m_{\mathrm{e}}} U_{\mathrm{B}}}$$

# 614) Lösung a)

Skizze:




Zur Berechnung der Geschwindigkeit $\vec{v}$ stellen wir eine Energie-Betrachtung auf:

$$E_{\text{ele}} = E_{\text{kin}}$$

$$eU_{\text{B}} = \frac{1}{2} m_e v^2$$

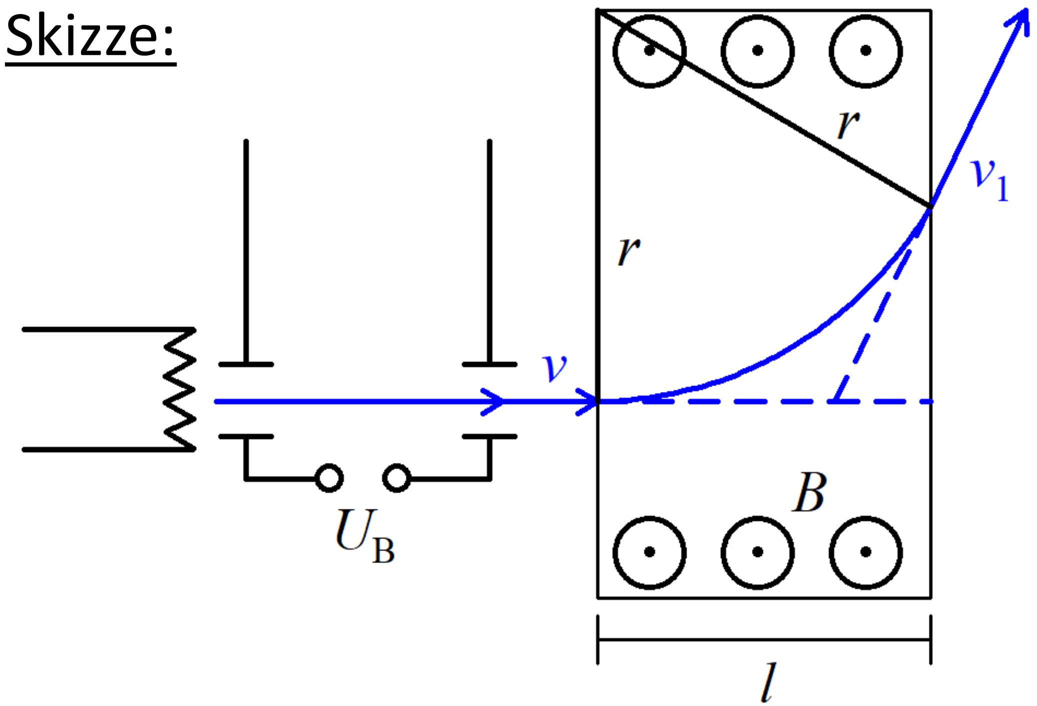
Daraus folgt durch umstellen:

$$v = \sqrt{2 \frac{e}{m_{\text{e}}} U_{\text{B}}}$$

$$\underline{\underline{v = 7{,}26 \cdot 10^7 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$$

# 614) Lösung b)

Skizze:

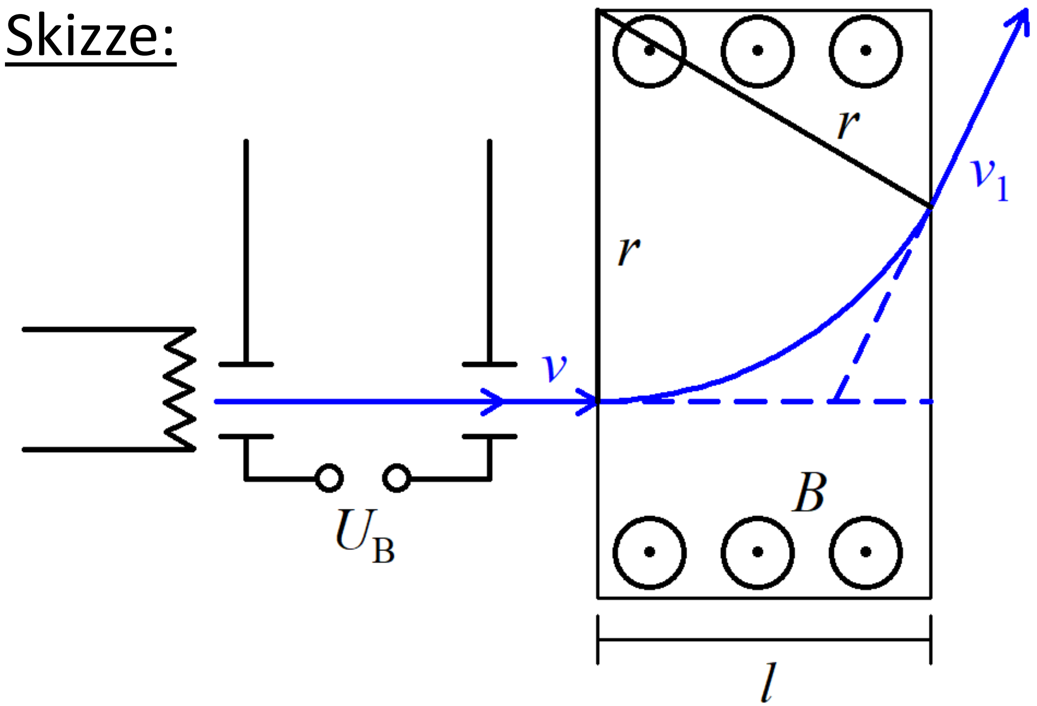



Um den Radius der Kreisbahn zu berechnen, betrachten wir das herrschende Kräftegleichgewicht:

$$F_\mathrm{L} = F_\mathrm{Z}$$

# 614) Lösung b)

Skizze:



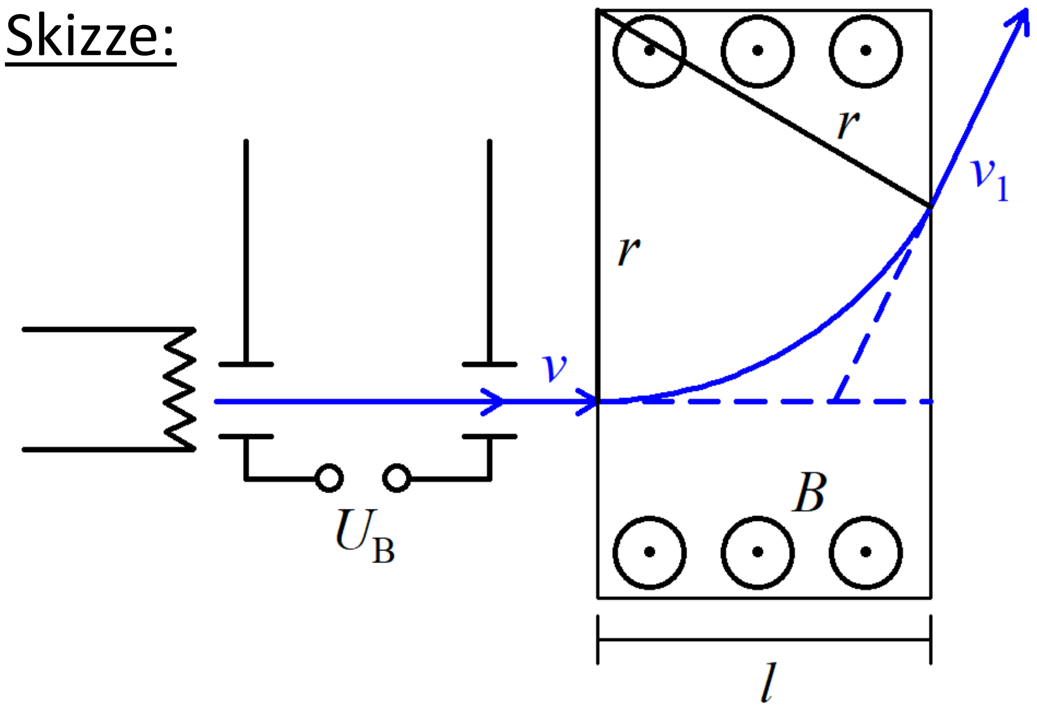

Um den Radius der Kreisbahn zu berechnen, betrachten wir das herrschende Kräftegleichgewicht:

$$F_\mathrm{L} = F_\mathrm{Z}$$

Da immer $\vec{v} \perp \vec{B}$ gilt, vereinfacht sich das Kreuzproduckt in der Lorentzkraft zu $\vec{v} \times \vec{B} = vB$.

# 614) Lösung b)

Skizze:




Um den Radius der Kreisbahn zu berechnen, betrachten wir das herrschende Kräftegleichgewicht:

$$F_L = F_Z$$

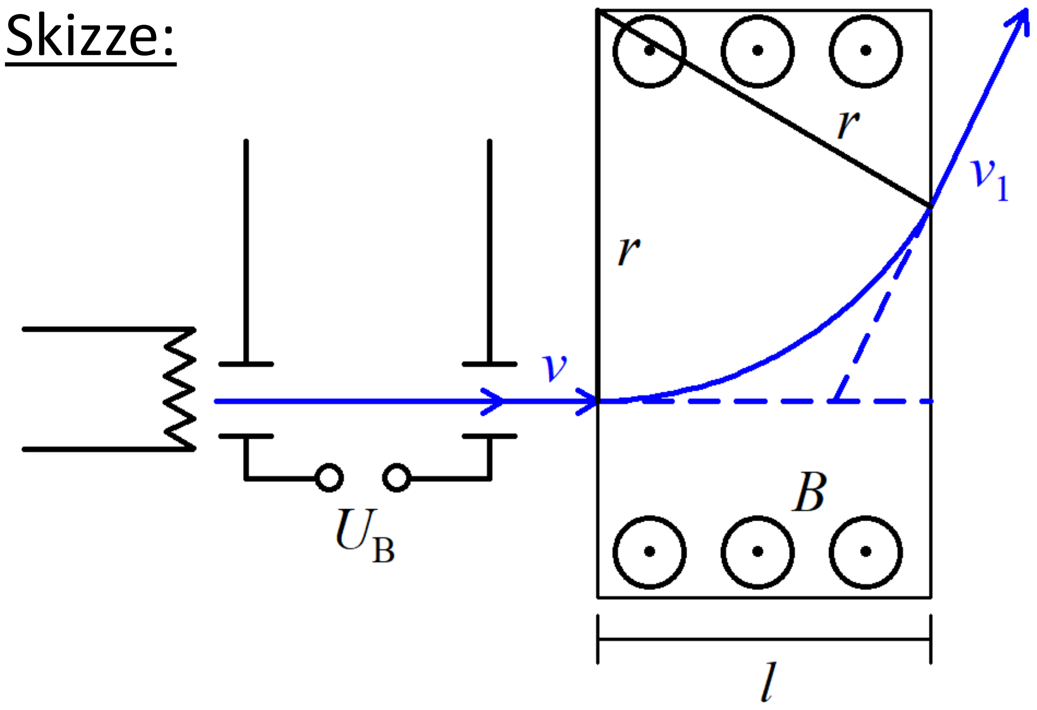
Da immer $\vec{v} \perp \vec{B}$ gilt, vereinfacht sich das Kreuzproduckt in der Lorentzkraft zu $\vec{v} \times \vec{B} = vB$.

Mit dem wissen, dass ein einzelnes Elektron die Elementarladung trägt, also $Q = e$, ergibt sich:

$$evB = \frac{m_e v^2}{r}$$

# 614) Lösung b)

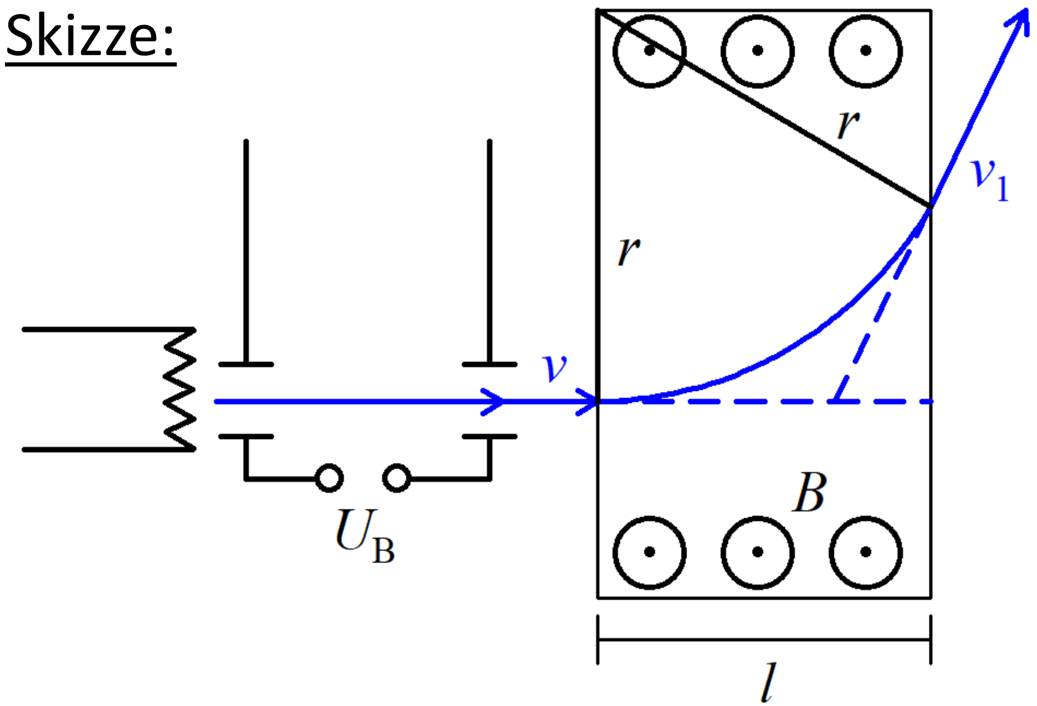
Skizze:




Jetzt müssen wir die Gleichung nur noch nach $r$ umstellen:

# 614) Lösung b)

Skizze:

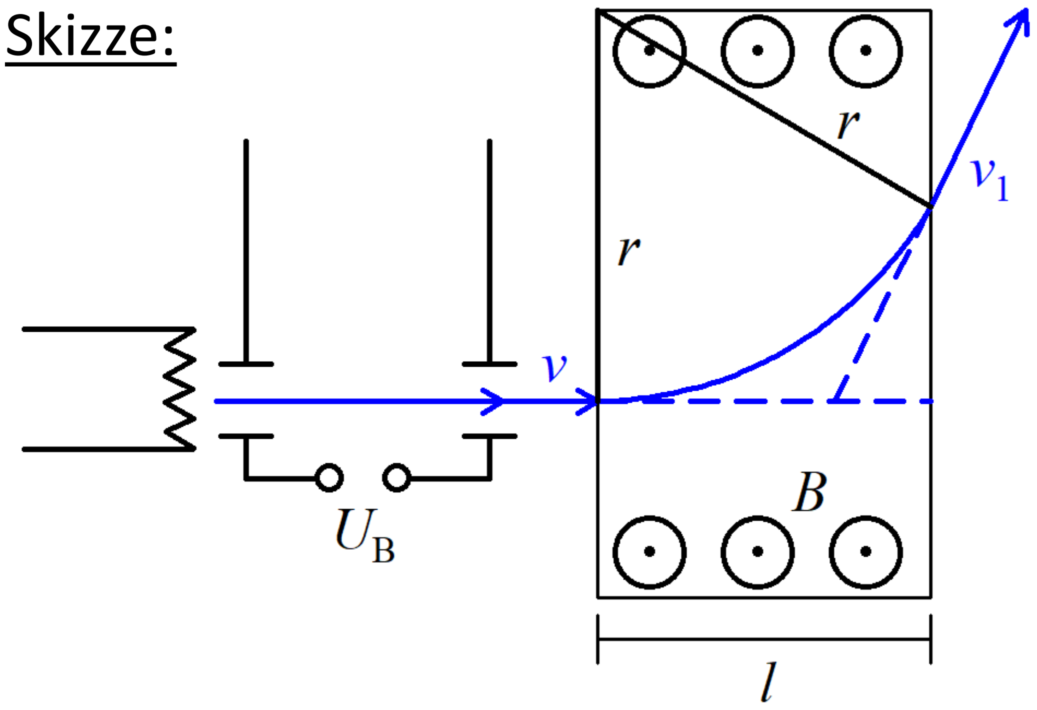



Jetzt müssen wir die Gleichung nur noch nach $r$ umstellen:

$$r = \frac{m_e}{e}\frac{v}{B} = \left(\frac{e}{m_e}\right)^{-1}\frac{v}{B}$$

# 614) Lösung b)

Skizze:




Jetzt müssen wir die Gleichung nur noch nach $r$ umstellen:

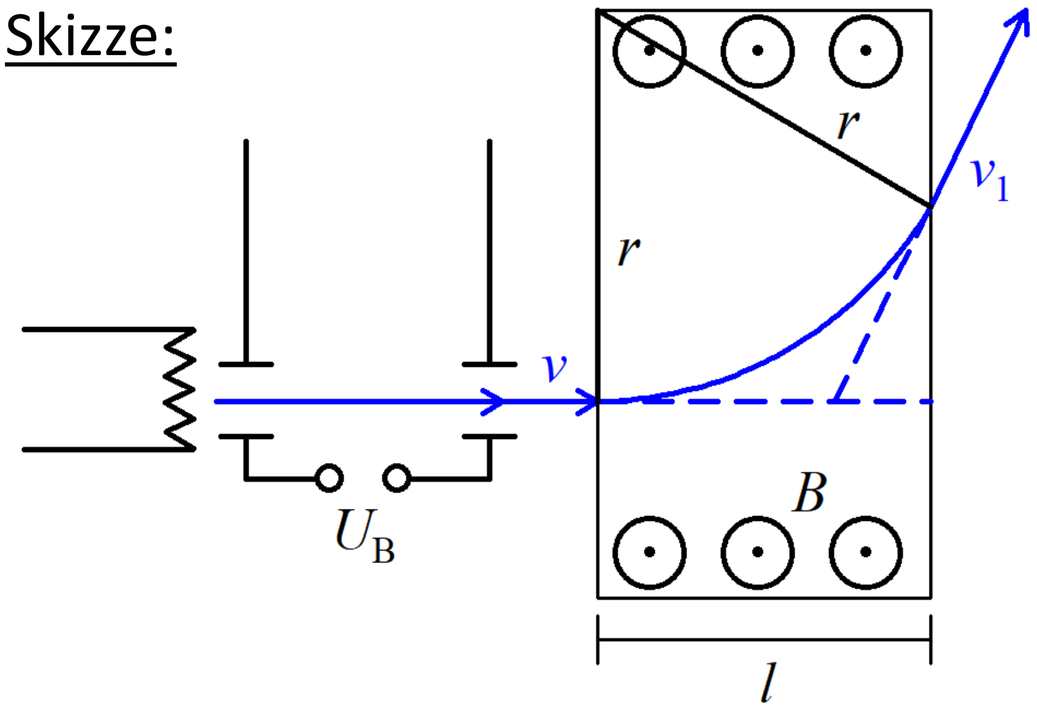
$$r = \frac{m_e}{e}\frac{v}{B} = \left(\frac{e}{m_e}\right)^{-1}\frac{v}{B}$$

Einsetzen von $v$

$$r = \left(\frac{e}{m_e}\right)^{-1}\frac{\sqrt{2\frac{e}{m_e}U_B}}{B}$$

# 614) Lösung b)

Skizze:




Jetzt müssen wir die Gleichung nur noch nach $r$ umstellen:

$$r = \frac{m_e}{e}\frac{v}{B} = \left(\frac{e}{m_e}\right)^{-1}\frac{v}{B}$$

Einsetzen von $v$

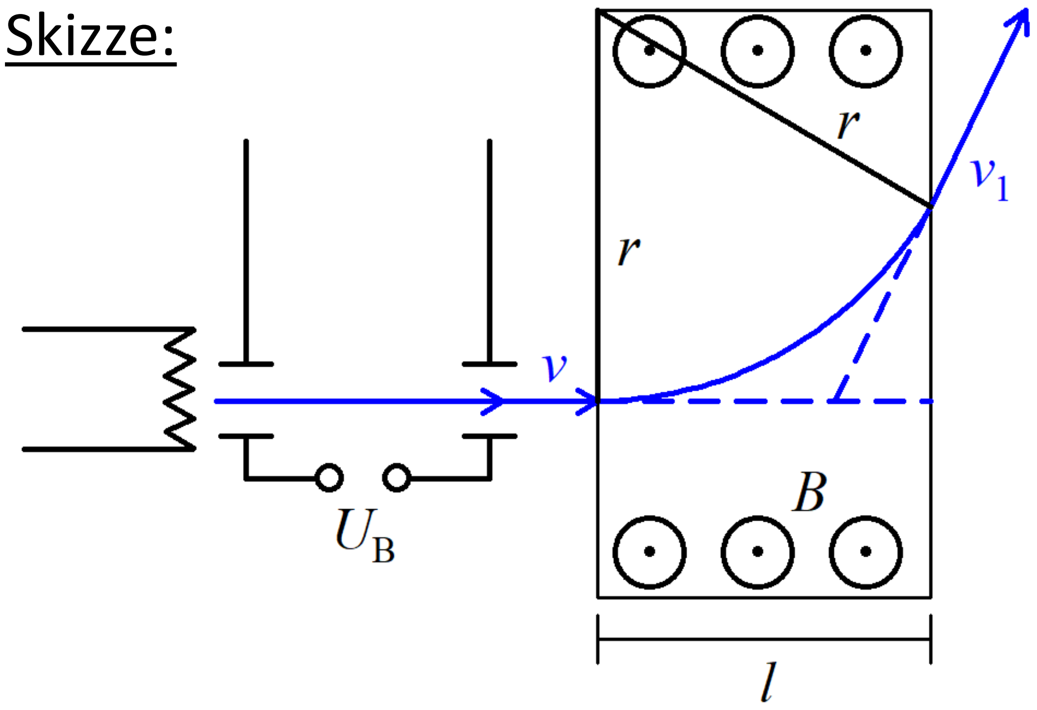
$$r = \left(\frac{e}{m_e}\right)^{-1}\frac{\sqrt{2\frac{e}{m_e}U_B}}{B}$$

Vereinfachen

$$r = \sqrt{2\frac{U_B}{B^2}\left(\frac{e}{m_e}\right)^{-1}}$$

# 614) Lösung b)

Skizze:




Jetzt müssen wir die Gleichung nur noch nach $r$ umstellen:

$$r = \frac{m_e}{e}\frac{v}{B} = \left(\frac{e}{m_e}\right)^{-1}\frac{v}{B}$$

Einsetzen von $v$

$$r = \left(\frac{e}{m_e}\right)^{-1}\frac{\sqrt{2\frac{e}{m_e}U_B}}{B}$$

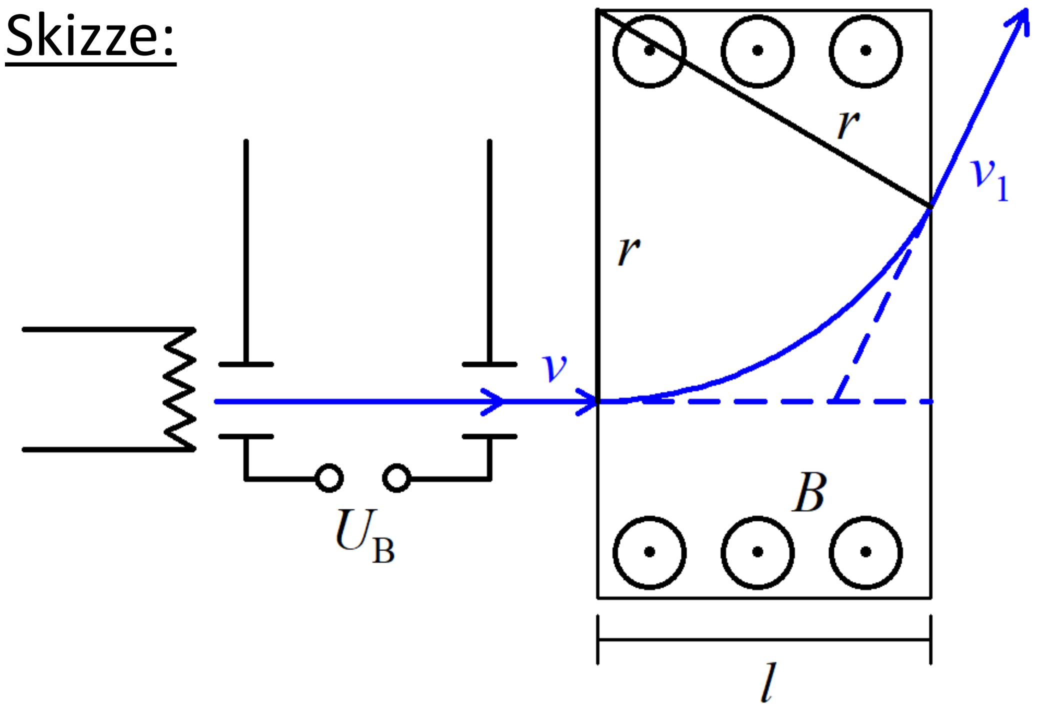
Vereinfachen

$$r = \sqrt{2\frac{U_B}{B^2}\left(\frac{e}{m_e}\right)^{-1}}$$

$$\underline{\underline{r = 0{,}052\text{m}}}$$

# 614) Lösung c)

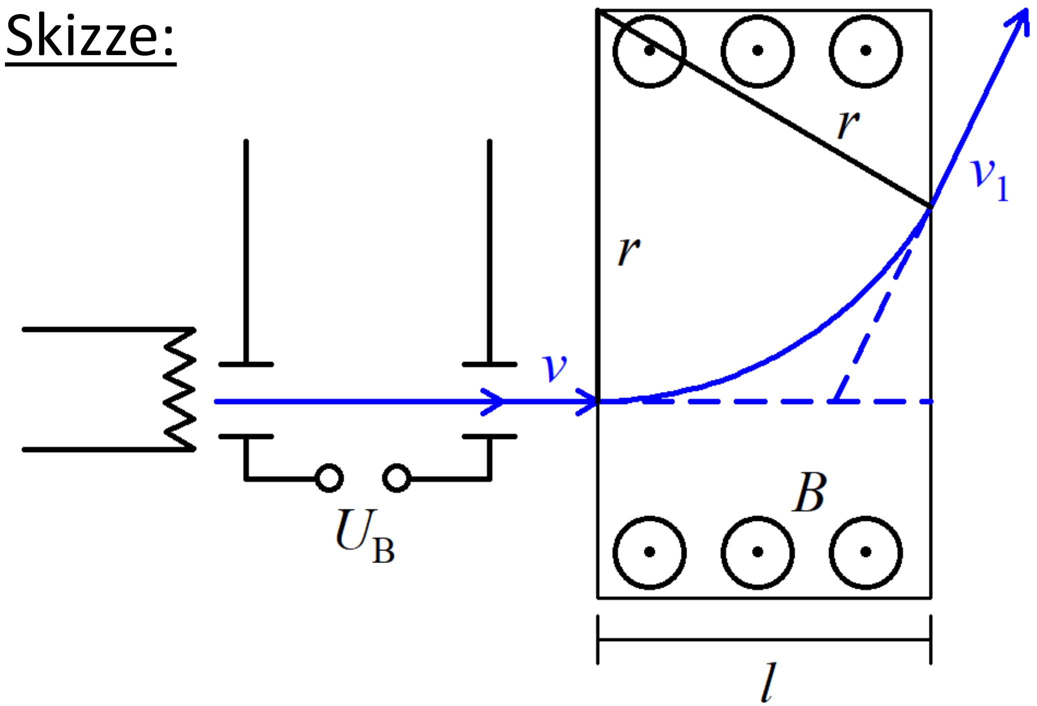
Skizze:




Da im Magnetfeld keine Arbeit verrichtet wird, kann keine Beschleunigung stattfinden.

# 614) Lösung c)

Skizze:




Da im Magnetfeld keine Arbeit verrichtet wird, kann keine Beschleunigung stattfinden.

Somit hat das Elektron nur die Richtung seiner Geschwindigkeit geändert, nicht aber den Betrag.

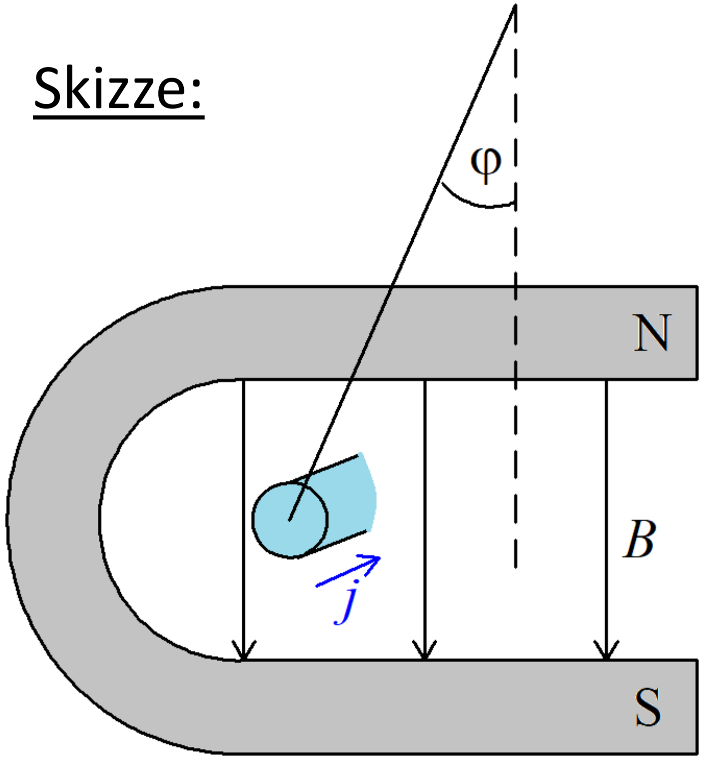
$$\underline{\underline{v = v_1}} \qquad (\vec{v} \neq \vec{v}_1)$$

Fertig ☺

(nächste Aufgabe)

# 620) Aufgabe

Skizze:




Dichte des Draht: $\varrho = 2{,}7 \cdot 10^3 \, \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$

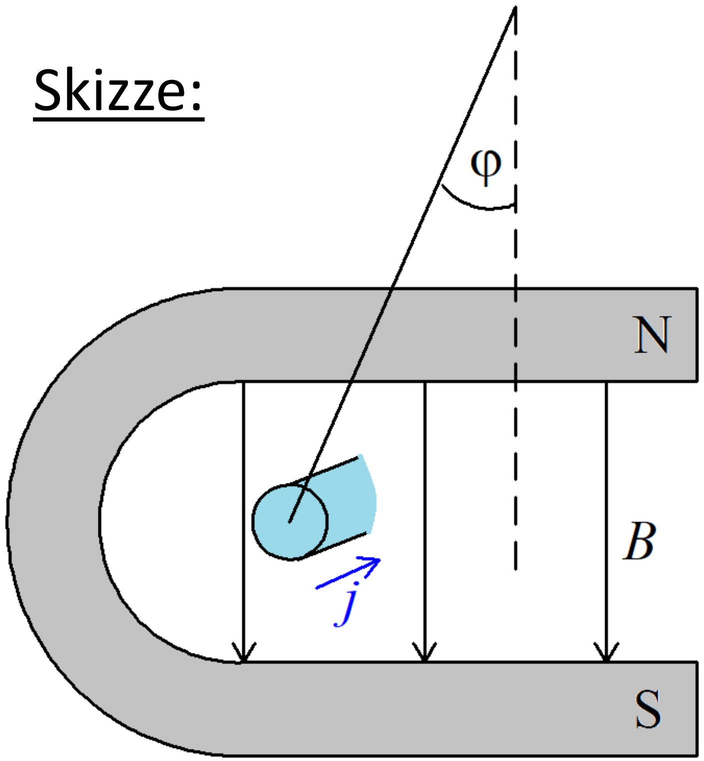
Stromdichte im Draht: $j = 10^5 \, \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}^2}$

Magn. Flussdichte: $B = 0{,}08\mathrm{T}$

Gesucht ist der Winkel $\varphi$ um den der Draht im Magnetfeld ausgelenkt wird.

# 620) Grundlagen

Skizze:

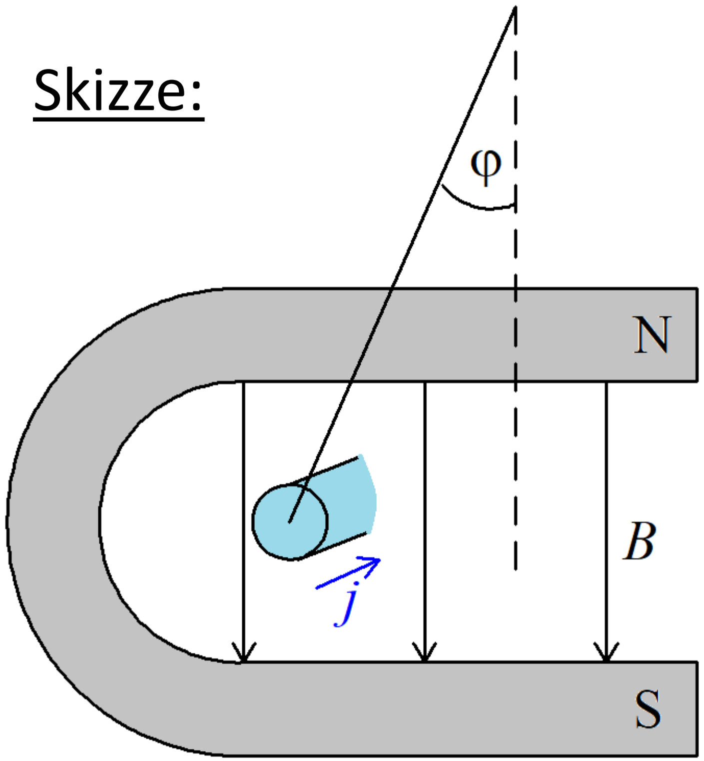



Lorentzkraft auf einen stromdurchflossenen Leiter:

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = l\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

# 620) Grundlagen

Skizze:



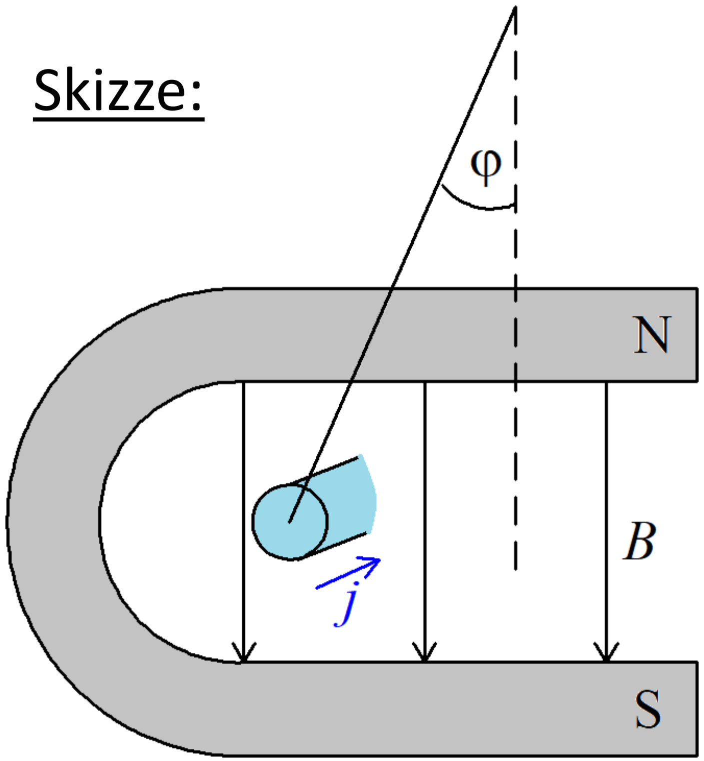

Lorentzkraft auf einen stromdurchflossenen Leiter:

$$\vec{F}_{\mathrm{L}} = l\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

Länge des Leiters: $l$
Magnetische Flussdichte: $B$
Stromstärke: $I = jA$
(Stromdichte $j$, Querschnittsfläche des Leiters $A$)

# 620) Grundlagen

Skizze:




Lorentzkraft auf einen stromdurchflossenen Leiter:

$$\vec{F}_\mathrm{L} = l\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) = I\left(\vec{l} \times \vec{B}\right)$$

Länge des Leiters: $l$
Magnetische Flussdichte: $B$
Stromstärke: $I = jA$
(Stromdichte $j$, Querschnittsfläche des Leiters $A$)

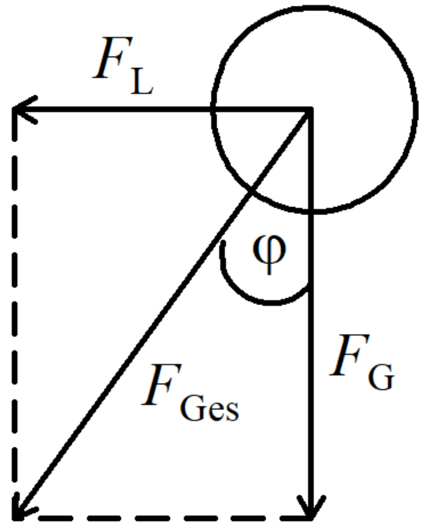
Da auch hier $\vec{I}$ und $\vec{B}$ senkrecht zueinanderstehen, können wir die Lorentzkraft schreiben als:

$$F_\mathrm{L} = lIB$$

# 620) Lösung

Betrachten wir zuerst die alle Kräfte, die auf den Leiter wirken:

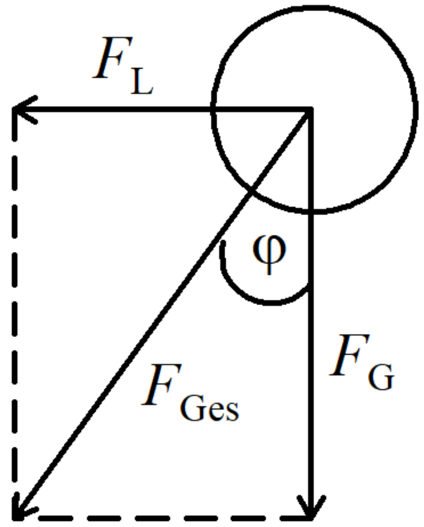
Skizze:



# 620) Lösung

Betrachten wir zuerst die alle Kräfte, die auf den Leiter wirken:

Skizze:



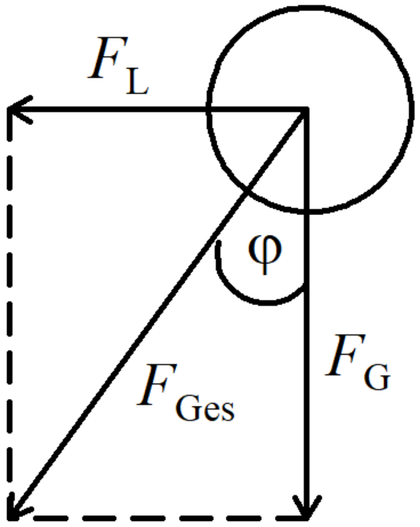

Wir erkennen sofort, dass wir folgende Beziehung aufstellen können:

$$\tan(\varphi) = \frac{F_L}{F_G}$$

# 620) Lösung

Betrachten wir zuerst die alle Kräfte, die auf den Leiter wirken:

Skizze:




Wir erkennen sofort, dass wir folgende Beziehung aufstellen können:

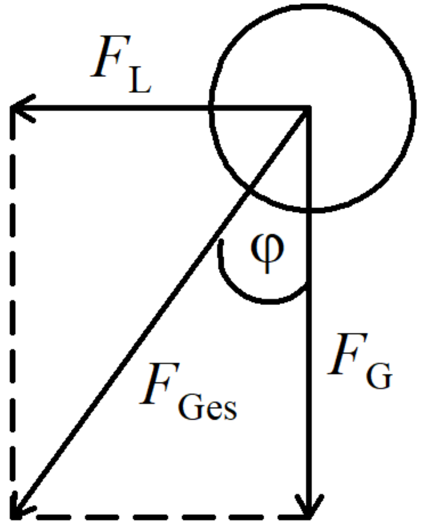
$$\tan(\varphi) = \frac{F_\mathrm{L}}{F_\mathrm{G}}$$

$$\Longrightarrow \quad \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{F_\mathrm{L}}{F_\mathrm{G}}\right)$$

Wir müssen also nur noch $F_\mathrm{L}$ und $F_\mathrm{G}$ ausrechnen.

# 620) Lösung

Skizze:



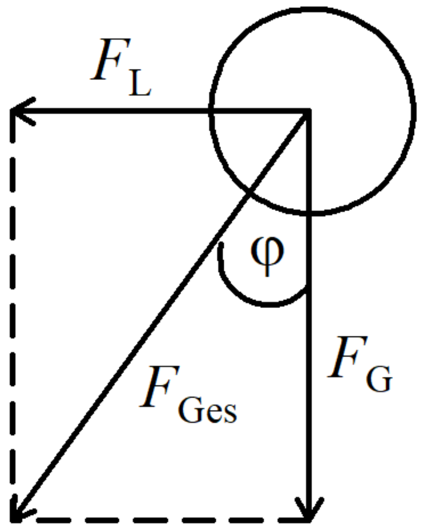

Die Gewichtskraft $F_G$ lässt sich leicht darstellen:

$$\left(\varrho = \frac{m}{V}\right)$$

$$F_G = mg = \varrho V g = \varrho l A g$$

# 620) Lösung

Skizze:




Die Gewichtskraft $F_G$ lässt sich leicht darstellen:

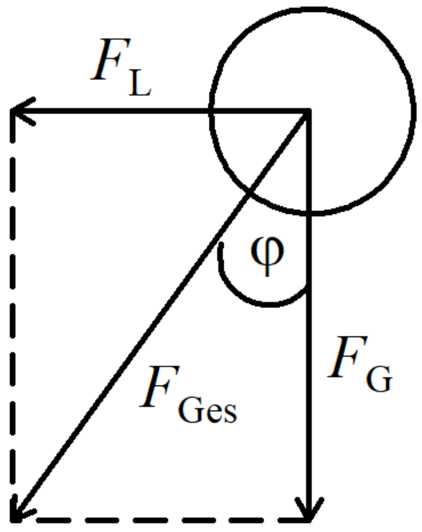
$$\left(\varrho = \frac{m}{V}\right)$$

$$F_G = mg = \varrho V g = \varrho l A g$$

Wobei $V$ das Volumen des Drahtes und $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ die Fallbeschleunigung ist.

# 620) Lösung

Skizze:




Die Gewichtskraft $F_G$ lässt sich leicht darstellen:

$$\left(\varrho = \frac{m}{V}\right)$$

$$F_G = mg = \varrho V g = \varrho l A g$$

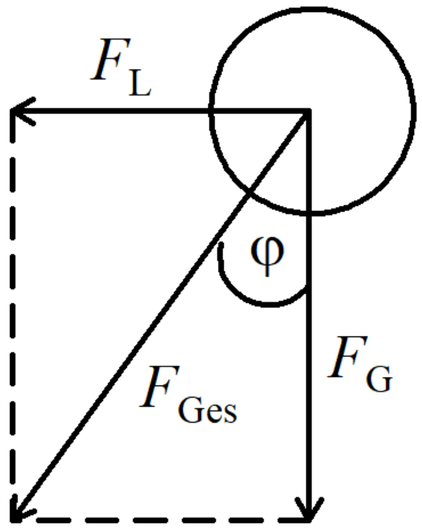
Wobei $V$ das Volumen des Drahtes und $g = 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$ die Fallbeschleunigung ist.

Für die Lorentzkraft $F_G$ können wir schreiben:

$$F_L = l\left(\vec{I} \times \vec{B}\right) \overset{\vec{I} \perp \vec{B}}{\widehat{=}} lIB \overset{I = jA}{\widehat{=}} ljAB$$

# 620) Lösung

Skizze:

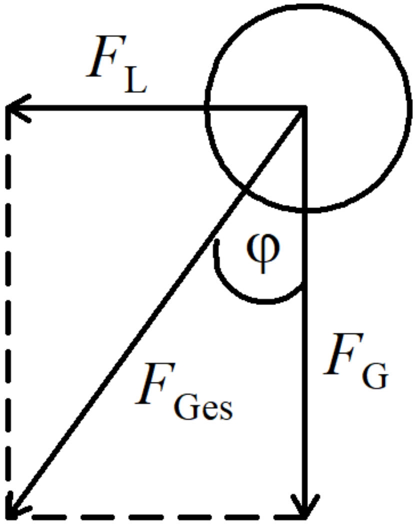



Setzen wir nun die beiden Kräfte ein, erhalten wir:

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{F_L}{F_G}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{ljAB}{\varrho lAg}\right)$$

# 620) Lösung

Skizze:




Setzen wir nun die beiden Kräfte ein, erhalten wir:

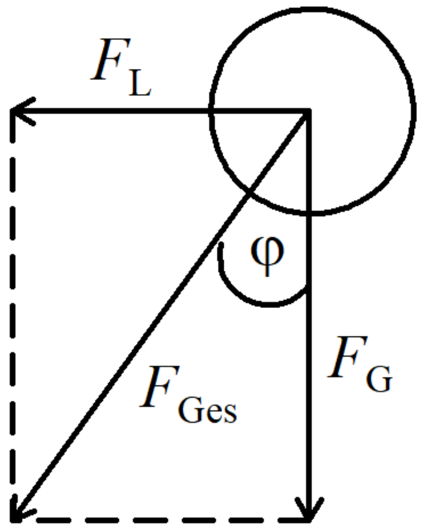
$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{F_L}{F_G}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{ljAB}{\varrho lAg}\right)$$

Vereinfachen

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{jB}{\varrho g}\right)$$

# 620) Lösung

Skizze:




Setzen wir nun die beiden Kräfte ein, erhalten wir:

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{F_L}{F_G}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{ljAB}{\varrho lAg}\right)$$

Vereinfachen

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{jB}{\varrho g}\right)$$

$$\underline{\underline{\varphi = 16{,}8°}}$$

Fertig ☺