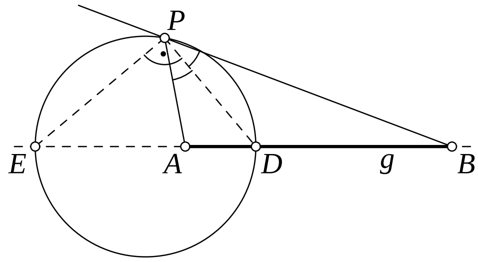
A.22 **Kreis des Apollonius.** Gesucht ist der geometrische Ort für alle Punkte P, deren Entfernungen von zwei gegebenen Punkten A und B in einem gegebenen Verhältnis stehen, d. h., es sei $PA/PB \equiv q = \text{const}$.

A.22 (Bild) Angenommen, P sei ein Punkt, der die Bedingung $PA/PB \equiv q = \text{const}$ erfüllt. Wir bemühen nun einen Satz, der besagt, daß in jedem $\triangle ABP$ sowohl die Winkelhalbierende eines Innenwinkels als auch die des zugehörigen Außenwinkels die gegenüberliegende Seite im Verhältnis der dem Winkel anliegenden Seiten teilt (zum Beweis dieses Satzes s. Aufgabe **D.8**). Demnach gibt es auf der Geraden $g(A, B)$ zwei Punkte D, E, für die gerade

$$q = \frac{AD}{DB} = \left|\frac{AE}{EB}\right|$$



gilt, und durch die die innere bzw. äußere Winkelhalbierende PD bzw. PE gehen. Nun stehen die Winkelhalbierenden zweier Nebenwinkel stets senkrecht aufeinander (vgl. Aufgabe **D.7**). Daraus folgt, daß die gesuchten Punkte P diejenigen sind, für die $\measuredangle DPE$ ein Rechter ist. Diese Bedingung erfüllen bekanntlich alle Punkte auf dem THALES-Kreis über dem Durchmesser DE. Der gesuchte geometrische Ort ist damit der sog. *Kreis des Apollonius*.