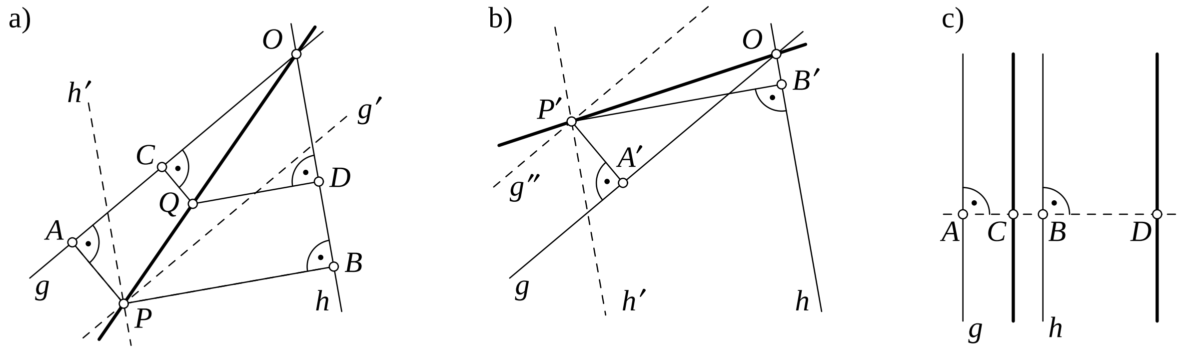
$\boxed{\text{A.24}}$ Gesucht ist der geometrische Ort für alle Punkte, deren Entfernungen von zwei gegebenen Geraden g und h in einem gegebenen Verhältnis q stehen.

A.24 a) Angenommen, ein Punkt P erfülle im Falle $g \nparallel h$ die Bedingung $PA/PB \equiv q = \text{const}$ mit A, B als Lotfußpunkte von P auf g bzw. h (Bild a). Dann ist leicht einzusehen, daß jeder Punkt auf der Geraden OP, wobei O der Schnittpunkt von g und h sei, ebenfalls diese Bedingung



erfüllt (außer O selbst). Denn nach dem zweiten Strahlensatz gilt für jeden Punkt $Q \in OP$

$$\frac{QC}{PA} = \frac{OQ}{OP} = \frac{QD}{PB}, \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{PA}{PB} = q = \frac{QC}{QD}.$$

Einen derartigen Punkt P finden wir, indem wir z. B. eine Gerade $g' \parallel g$ im Abstand q mit einer Geraden $h' \parallel h$ im Abstand 1 zum Schnitt bringen.
b) Selbstverständlich können wir auch die Parallele g'' auf der anderen Seite von g mit h' schneiden und erhalten so einen Punkt P', für den $P'A'/P'B' = q = \text{const}$ gilt (Bild b). Jeder Punkt auf OP' hat das gleiche Verhältnis der Abstände zu den Geraden g und h. Der gesuchte geometrische Ort besteht demnach aus zwei sich in O treffenden Geraden.
c) Im Falle $g \parallel h$ wählen wir zwei gegenüberliegende Punkte $A \in g$ und $B \in h$ und teilen die Strecke AB innerlich bzw. äußerlich im Verhältnis q; es entstehen die Punkte C bzw. D (Bild c). Die beiden Geraden parallel zu g, die durch C und D gehen, sind hier der gesuchte Ort.
Bemerkung: Sind zwei Geraden AB und CD gegeben, und wird ein solcher Punkt P gesucht, daß $[PAB]$ und $[PCD]$ in einem gegebenen Verhältnis stehen, so muß der geometrische Ort der hier genannte sein, denn das Verhältnis der Höhen beider Dreiecke ist konstant.