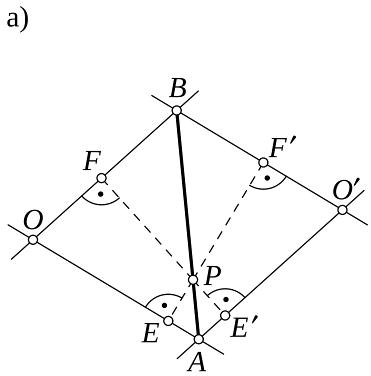
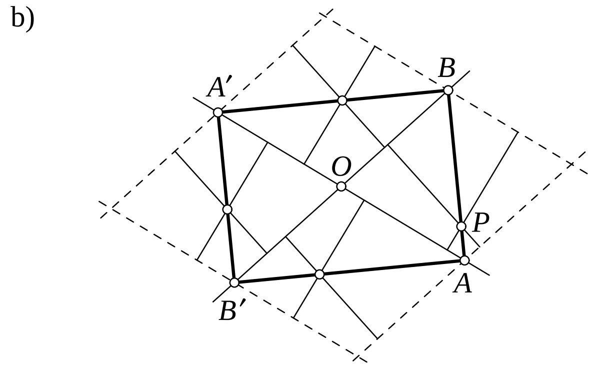
A.27 **Isoscelizer**[†]**.** Gegeben seien zwei nichtparallele Geraden sowie ein beliebiger Punkt P in der Ebene, der nicht mit dem Schnittpunkt beider Geraden zusammenfällt. Welches ist der geometrische Ort für alle Punkte, deren Summe der Entfernungen zu den Geraden gleich der Abstandssumme von P zu den Geraden ist?

[†]Leider gibt es hierfür kein vernünftiges deutsches Wort: „Gleichschenkligmacher“ wäre eine mögliche Übersetzung. Wir belassen es daher bei dem englischsprachigen Begriff.

A.27 Zunächst sei der Begriff erklärt: Ein *Isoscelizer* eines Winkels mit dem Scheitel O ist eine Strecke AB mit Punkt A auf dem einen, Punkt B auf dem anderen Schenkel des Winkels und der Eigenschaft, daß $OA = OB$ gilt und somit das Dreieck AOB gleichschenklig ist. Wir





behaupten nun, daß der Isoscelizer durch P die geforderte Bedingung erfüllt. Um das einzusehen, spiegeln wir den Scheitelpunkt O an AB und erhalten O' (Bild a). Das Viereck $AOBO'$ ist dann offensichtlich ein Rhombus mit

$$AO \parallel BO' \quad \text{und} \quad BO \parallel AO'. \tag{A.101}$$

Nehmen wir einen beliebigen Punkt P auf AB und betrachten dessen Lotfußpunkte E, F, E' und F' auf den vier Seiten des Rhombus. Die vorgegebene Summe s der Abstände ist dann

$$s \equiv PE + PF = PE + PF' = EF',$$

also gleich dem Abstand gegenüberliegender Seiten des Rhombus, und dieser ist für jeden Punkt auf AB wegen (A.101) konstant. Die Idee besteht also darin, den Streckenzug EPF (mit einem Knick bei P) in den „geraden“ Streckenzug EPF' zu verwandeln. Damit sind wir aber noch nicht fertig. Da zwei sich schneidende Geraden die Ebene in vier Gebiete zerlegen (Bild b), gibt es insgesamt immer vier von O ausgehende Strahlenpaare, die einen Winkel kleiner als $180°$ einschließen, und damit vier Isoscelizer, die zusammen ein Rechteck bilden und von denen einer durch P geht. Der gesuchte geometrische Ort ist demnach ein aus vier Isoscelizern gebildetes Rechteck.