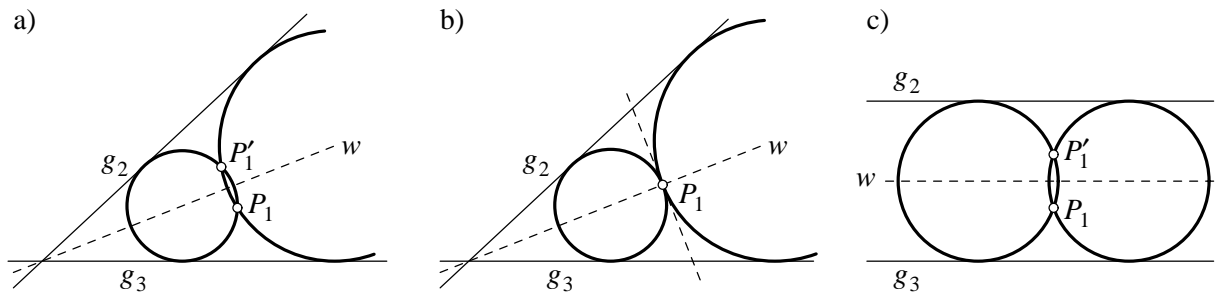


**A.33** **Berührungsproblem des Apollonius (PGG).** Gesucht sind Kreise, die durch einen gegebenen Punkt  $P_1$  gehen und zwei Geraden  $g_2$  und  $g_3$  berühren.

**A.33** Zunächst sei  $g_2 \not\parallel g_3$  vorausgesetzt. Dann ist ein geometrischer Ort für den Mittelpunkt des gesuchten Kreises  $k$  offenbar die Winkelhalbierende  $w$  desjenigen Winkels, der von  $g_2$  und  $g_3$  gebildet wird und  $P_1$  im Innern einschließt. Liegt nun  $P_1$  nicht auf dieser Winkelhalbierenden (Bild a), gibt es stets einen Punkt  $P'_1$ , der als Spiegelbild zu  $P_1$  bezüglich  $w$  konstruierbar ist und



durch den der gesuchte Kreis aus Symmetriegründen ebenfalls verläuft. Damit ist diese Aufgabe auf das Problem PPG zurückgeführt. Liegt  $P_1$  hingegen auf  $w$  (also  $P_1 \equiv P'_1$ , Bild b), so berührt  $k$  die Senkrechte zu  $w$  in  $P_1$ ; der Kreis ist also der Inkreis des von  $g_2$ ,  $g_3$  und dieser Senkrechten gebildeten Dreiecks (Problem GGG, vgl. Aufgabe A.34). Im Fall  $g_2 \parallel g_3$  bleibt alles wie bisher, es ist lediglich  $w(g_2, g_3)$  durch die *Mittelparallele* zu ersetzen (Bild c). Lösungen existieren dann nur, wenn  $P_1$  zwischen den Parallelen oder auf einer der Geraden liegt.