

**A.35** **Berührungsproblem des Apollonius (PPK).** Gesucht sind Kreise, die durch zwei gegebene Punkte  $P_1$  und  $P_2$  gehen und einen gegebenen Kreis  $k_3$  berühren.

**A.35** (Bild) Ein geometrischer Ort für den Mittelpunkt  $O$  des gesuchten Kreises  $k$  ist unmittelbar zu erkennen, nämlich die Mittelsenkrechte der Strecke  $P_1P_2$ . Nehmen wir also einen solchen Punkt auf ihr an und ziehen einen Kreis  $k''$ , der den gegebenen in zwei Punkten  $A$  und  $B$  schneiden möge. Dann ist die Gerade  $P_1P_2$  Potenzlinie (s. Abschnitt K.1) von  $k$  und  $k''$ , und die Gerade  $AB$  ist Potenzlinie von  $k_3$  und  $k''$ . Schneiden sich beide Geraden in  $Q$ , so ist  $Q$  Potenzpunkt von  $k_3, k''$  und  $k$ . Daher muß die Potenzlinie  $t$  von  $k$  und  $k_3$  ebenfalls durch  $Q$  gehen (s. Aufgabe K.16). Da der Berührungspunkt  $T$  von  $k$  und  $k_3$  die Potenz null hat, liegt  $T$  auf  $t$ . Da aber  $t$  auf der Geraden  $OO_3$  senkrecht steht, ist  $t$  eine von  $Q$  an  $k_3$  gezogene Tangente, deren Berührungspunkt  $T$  ist. Sollten die Geraden  $P_1P_2$  und  $AB$  parallel sein, so ist auch  $t$  zu diesen Geraden parallel und daher ebenfalls konstruierbar. Somit sind mit  $P_1, P_2$  und  $T$  drei Punkte auf  $k$  bekannt.

*Bemerkung:* Da wir von  $Q$  an  $k_3$  im allgemeinen zwei Tangenten ziehen können, ergeben sich zwei Punkte  $T$  und  $T'$ , die zu zwei Kreisen  $k$  und  $k'$  führen. Die Aufgabe wird unlösbar, wenn  $P_1$  und  $P_2$  durch die Peripherie von  $k_3$  getrennt werden.

