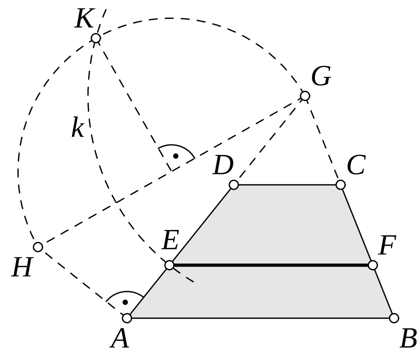
A.64 In einem Trapez $ABCD$ ist eine Gerade parallel zu den Grundseiten AB und CD zu konstruieren, die das Trapez halbiert.

A.64 *Analysis:* (Bild) Es sei EF die gesuchte Halbierungslinie. Wir verlängern AD und BC bis zum Schnittpunkt G und nennen die Strecken $GD \equiv d$, $GE \equiv x$ und $GA \equiv a$. Die Dreiecke GDC, GEF und GAB sind einander ähnlich; ihre Flächeninhalte verhalten sich daher wie die Quadrate ihrer linearen Abmessungen: $[GDC] : [GEF] : [GAB] = d^2 : x^2 : a^2$. Folglich verhält sich auch



$$\frac{[GAB] - [GEF]}{[GEF] - [GDC]} = \frac{[ABFE]}{[EFCD]} = \frac{a^2 - x^2}{x^2 - d^2}.$$

Da EF das Trapez halbieren soll, folgt daraus

$$a^2 - x^2 = x^2 - d^2 \quad \text{oder} \quad x = \sqrt{\frac{a^2 + d^2}{2}}.$$

Konstruktion: Wir errichten das Lot AH auf AG der Länge GD. Die Verbindungsstrecke HG hat dann die Länge $HG = \sqrt{a^2 + d^2}$. Nun beschreiben wir über HG als Durchmesser den Halbkreis und bringen ihn mit der Mittelsenkrechten von HG zum Schnitt; beide Linien treffen sich in K. $\triangle HKG$ ist dann gleichschenklig rechtwinklig, und nach dem Satz des PYTHAGORAS ist $GK = \sqrt{a^2 + d^2}/\sqrt{2} = x$. Wir bringen den Kreis G_K zum Schnitt mit AD in E und ziehen durch E die Parallele zu AB, welche BC in F schneidet. EF ist somit die verlangte Gerade.