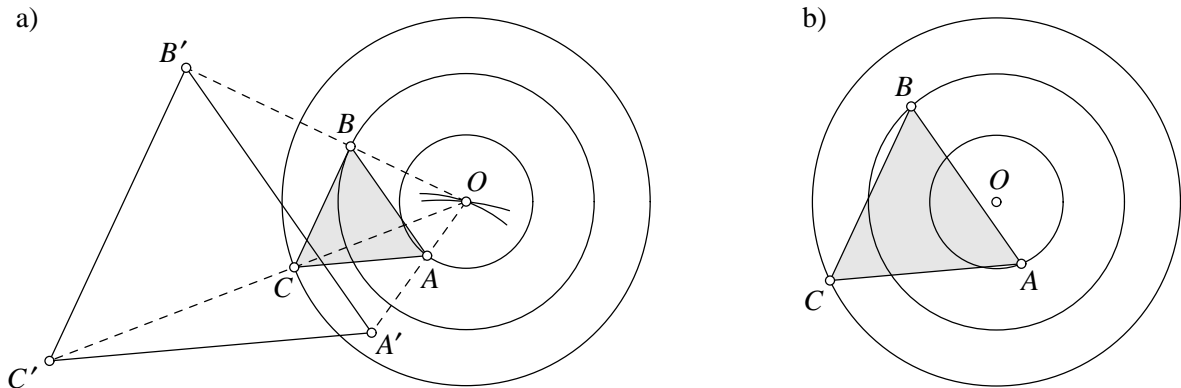


A.69 Es ist ein gleichseitiges Dreieck zu beschreiben, dessen Ecken auf den Umfängen dreier konzentrischer Kreise liegen.

A.69 (Bild) Mitunter sind Probleme einfacher zu lösen, wenn sie „umgedreht“ werden. Nehmen wir hier also einmal an, wir haben bereits das gesuchte gleichseitige Dreieck ABC und suchen statt dessen den Mittelpunkt O der drei konzentrischen Kreise, deren Radien wir o. B. d. A. mit $0 < r_1 < r_2 < r_3$ bezeichnen. Von O wissen wir, daß seine Entfernungen von den Eckpunkten die gegebenen Längen $OA = r_1$, $OB = r_2$ bzw. $OC = r_3$ sind. Er liegt also auf einem Kreis des APOLLONIUS, der zur Strecke AB gehört und für den $OA/OB = r_1/r_2$ gilt (vgl. Aufgabe A.22). Ebenso liegt O auf einem Kreis des APOLLONIUS bezüglich AC mit $OA/OC = r_1/r_3$. Somit wäre O als Schnittpunkt dieser beiden Kreise sofort konstruierbar, wenn wir $\triangle ABC$ in der richtigen Größe vorzuliegen hätten. Es ist jedoch keine unüberwindbare Hürde, wenn dies nicht der Fall ist. Da die obigen Streckenverhältnisse unverändert bleiben, wenn wir die drei Radien mit einer beliebigen reellen Zahl λ strecken oder stauchen (d. i. eine *zentrische Streckung*), erhalten wir folglich stets denselben Mittelpunkt O .



Konstruktion: Wir zeichnen ein beliebiges gleichseitiges Dreieck $A'B'C'$ und konstruieren O als Schnittpunkt zweier APOLLONIUS-Kreise, indem wir beispielsweise $A'B'$ und $A'C'$ innerlich und äußerlich im Verhältnis r_1/r_2 bzw. r_1/r_3 teilen und über diesen Teilungspunkten jeweils den THALES-Kreis schlagen. Das gesuchte Dreieck erhalten wir schließlich durch die Schnittpunkte der Strahlen OA' , OB' und OC' mit den drei gegebenen Kreisen.

Bemerkung: Da es i. a. zwei Schnittpunkte der Bestimmungskreise für O gibt, existieren auch zwei verschiedene Lösungen (Bild a und b).