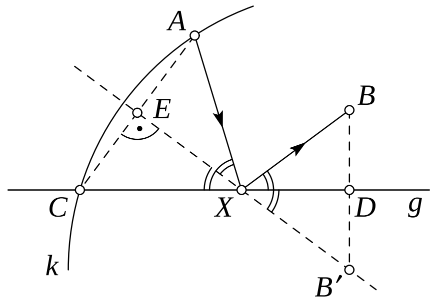
A.70 **Zauberspiegel.**[†] Gegeben seien zwei feste Punkte A und B sowie eine Gerade g. Gesucht ist derjenige Punkt X auf g, für den der Strahlenverlauf bei einer Reflexion $A \rightarrow X \rightarrow B$ gerade so ist, daß der Einfallswinkel doppelt so groß wie der Ausfallswinkel ist.

[†] Nach einer Idee inkl. Lösung von Johannes Wutscher.

A.70 (Bild) *Konstruktion:* B' sei das Spiegelbild vom Zielpunkt B. Wir ziehen den Kreisbogen k um B' mit dem Radius $B'A$; dieser schneide die Gerade g in einem Punkt C. Die Mittelsenkrechte von AC schneidet g dann im gesuchten Punkt X.

Beweis, daß wie gefordert $\measuredangle AXC = 2\measuredangle BXD$ gilt, wobei D der Mittelpunkt von BB' ist: Die Mittelsenkrechte der Sehne AC, auf der nach obiger Konstruktion X liegt, geht durch den Mittelpunkt B' des Kreises. Demzufolge sind sowohl $\triangle AB'C$ als auch $\triangle AXC$ gleichschenklige Dreiecke über der Basis AC, deren Winkelhalbierenden EX bzw. EB' übereinander fallen. Gleichzeitig sind aber $\measuredangle CXE = \measuredangle DXB'$ kongruente Scheitelwinkel, so daß tatsächlich



$$\measuredangle BXD = \measuredangle DXB' = \measuredangle CXE = \frac{1}{2}\measuredangle AXC$$

und somit die Behauptung folgt. □

Bemerkung: Der zweite Schnittpunkt C' des Kreises k mit der Geraden g kommt nur dann in Frage, wenn er zwischen den Lotfußpunkten von A, B auf g liegt (ansonsten würde der Strahl auch in Längsrichtung von g zurückreflektiert werden, was – physikalisch gesehen – dem Impulserhaltungssatz widerspräche).