





---

# A

## KONSTRUKTIONEN

---

Eines der ältesten Spiele der Welt ist das *Spiel mit Zirkel und Lineal*. Die zugehörigen Spielregeln wurden vor langer Zeit von PLATO aufgestellt und legen fest, daß das Lineal nur dazu benutzt werden darf, um gerade Linien durch gegebene Punkte zu ziehen. Mit dem Zirkel dürfen nur Kreise gezeichnet werden, die einen vorgegebenen Punkt als Mittelpunkt haben und durch einen weiteren Punkt gehen. Manchen Spielern ist das zu einfach, sie erlegen sich daher Einschränkungen auf, wie z. B. ein fest eingestellter Zirkel. Etwas Verwegene benutzen dagegen allein das Lineal, nachdem sie einen einzigen Kreis gezeichnet haben. Oder sie verzichten ganz auf das Lineal und benutzen lediglich einen Zirkel. Andere Spieler wiederum verwenden andere Hilfsmittel, etwa das markierte Lineal (ein Lineal mit zwei Marken an seiner Kante) oder Streichhölzer. Wer mehr dazu wissen will, dem sei [Bie52], [Mar98] oder [Sma98] empfohlen.

Das Ziel all dieser Spiele ist es, *geometrische Konstruktionen* auszuführen, durch die Figuren mit bestimmten Eigenschaften hergestellt werden. Um die geforderten Eigenschaften nachzuweisen, müssen wir oft die Algebra, Analytische Geometrie oder die Vektorrechnung bemühen. Es gibt umfangreiche mathematische Theorien, aus denen folgt, welche Figuren mit welchen Hilfsmitteln konstruiert werden können und welche nicht. Die berühmten drei antiken Probleme, die sich *nicht* mit Zirkel und Lineal in einer endlichen Anzahl von Schritten lösen lassen, kennt nahezu ein jeder:

1. **Die Dreiteilung eines beliebigen Winkels.** Gegeben sei ein *beliebiger* ebener Winkel. Man teile ihn mit Zirkel und Lineal in drei gleiche Teile.
2. **Die Verdopplung des Würfels (Delianisches Problem).** Gegeben sei eine Strecke der Länge 1. Man konstruiere daraus mit Zirkel und Lineal eine Strecke der Länge  $\sqrt[3]{2}$ .
3. **Die Quadratur des Kreises.** Gegeben sei eine Strecke der Länge 1. Man konstruiere daraus mit Zirkel und Lineal ein Quadrat mit dem Flächeninhalt  $\pi$ .

Es gab in der Vergangenheit zahlreiche Versuche (und es gibt sie noch heute), die behaupten, eine Lösung dieser klassischen Probleme gefunden zu haben, obwohl *bewiesen* ist, daß es nicht gehen kann. Zu diesem Thema gibt es eine recht unterhaltsame Literatur [Bol82], [Cou62], [Dun94, p. 237–247], [Dud92] und viele interessante Links [WWW.2,15].