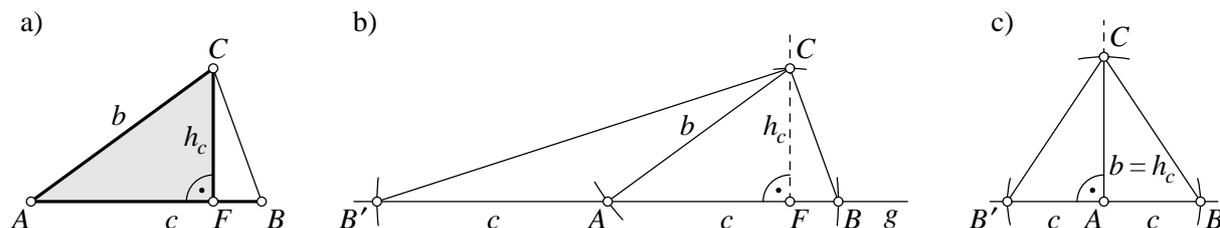


B.11 Gesucht ist ein Dreieck, von dem zwei Seiten b und c sowie die Höhe h_c auf die eine von ihnen gegeben sind.

B.11 *Analysis:* In dem beliebig gezeichneten $\triangle ABC$ werden zunächst die drei als gegeben zu betrachtenden Stücke c , b und h_c kräftig hervorgehoben (Bild a). Wir bemerken, daß das bei F rechtwinklige Teildreieck AFC aus h_c und b konstruierbar ist (dieses ist das vorn erwähnte Hilfsdreieck). Von dem verlangten Dreieck kennen wir nun die Ecken A und C sowie die Richtung der Seite AB . Den dritten Eckpunkt B finden wir, indem wir c auf dem Strahl AF abtragen.



Konstruktion: Wir zeichnen eine Gerade g und errichten auf dieser in einem beliebigen Punkt F die Senkrechte $CF \equiv h_c$ (Bild b). Anschließend beschreiben wir C_b , der g in A schneidet, und A_c , der die Gerade in B trifft. Nun verbinden wir C mit A und B .

Behauptung: $\triangle ABC$ ist das verlangte, d. h. es ist 1. $AB = c$; 2. $AC = b$; 3. $CF = h_c$ und $CF \perp AB$.

Beweis: 1. $AB = c$ als Radius des um A beschriebenen Kreises; 2. $AC = b$ als Radius des um C beschriebenen Kreises; 3. $CF = h_c$ und $CF \perp AB$ nach obiger Konstruktion. \square

Determination: Die Aufgabe ist stets lösbar, wenn $b > h_c$ ist. Der Kreis C_b schneidet die Gerade g eigentlich in zwei Punkten A und A' (letzterer im Bild b nicht gezeigt). Diese Punkte liegen aber symmetrisch zu CF , und die beiden dadurch entstehenden Dreiecke CFA und CFA' sind kongruent; wir brauchen also nur einen Schnittpunkt zu berücksichtigen. Der Kreis A_c schneidet g ebenfalls in zwei Punkten B und B' (Bild b). Die Dreiecke ABC und $AB'C$ sind hier jedoch voneinander verschieden; das eine Dreieck besitzt bei A einen spitzen Winkel, das andere bei A einen stumpfen Winkel. Es gibt also im Fall $b > h_c$ zwei Lösungen.

Die Aufgabe ist auch lösbar, wenn $b = h_c$ ist (Bild c). Dann fällt aber Punkt A mit F zusammen, und die Punkte B und B' liegen symmetrisch zu CA . Beide Dreiecke ABC und $AB'C$ sind daher kongruent, und wir brauchen nur den einen Schnittpunkt B zu berücksichtigen. Es gibt also für $b = h_c$ nur eine Lösung, und zwar ein rechtwinkliges Dreieck. Ist dagegen $b < h_c$, so gibt es keine Lösung, da dann der Kreis C_b die Gerade g nicht schneidet.