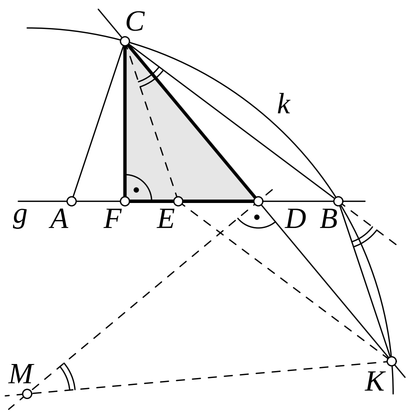
$\boxed{\text{B.22}}$ Es ist ein Dreieck zu konstruieren, von dem die Länge der Seite c, die Länge der Höhe h_c und die Differenz der Innenwinkel $0 < \alpha - \beta < 90°$ gegeben sind.
(35. Mathematik-Olympiade 1995/96, Klasse 10, Stufe 4)

B.22 *Analysis:* (Bild) Die Lösungsidee bei dieser Konstruktion besteht darin, die Winkeldifferenz $\alpha - \beta$ in dem gesuchten Dreieck ABC ausfindig zu machen. Wir erreichen dies, indem wir $\triangle ACF$, wobei F der Fußpunkt des Lotes von C auf AB sei, an der Höhe $CF = h_c$ nach innen umklappen (dies ist wegen $0 < \alpha - \beta < 90°$ immer möglich). Dadurch entsteht das gleichschenklige Dreieck ACE mit den Basiswinkeln α. Nun ist leicht zu überprüfen, daß der Winkel $\measuredangle ECB = \alpha - \beta$ beträgt (Außenwinkelsatz im $\triangle ECB$). Weiter sei K derjenige Punkt, für den $CEKB$ ein Parallelogramm ist. Dann werden die Diagonalen EB und CK durch deren Schnittpunkt D halbiert und es gilt $\measuredangle CBK = 180° - (\alpha - \beta)$. Somit wird



$$AB = AF + FE + ED + DB = c,$$

und aus $AF = FE$ und $ED = DB$ folgt $FD = \frac{1}{2}c$.

Konstruktion: Das Hilfsdreieck CFD ist aus den Größen h_c, $\frac{1}{2}c$ und $\measuredangle CFD = 90°$ herstellbar. Den Punkt K finden wir durch Verlängerung von CD über D hinaus. Eckpunkt B liegt nun einerseits auf der Geraden $g(F, D)$, andererseits auf einem Kreisbogen k, für den der Peripheriewinkel $\measuredangle CBK$ über der Sehne CK gleich $180° - (\alpha - \beta)$ ist. k ist somit ebenfalls konstruierbar (indem z. B. der Winkel $90° - (\alpha - \beta)$ in K an CK abgetragen und der freie Schenkel mit der Mittelsenkrechten von CK zum Schnitt gebracht wird; dies liefert den Mittelpunkt M von k). Der Rest ist nun schnell erledigt: Punkt E ist der Schnittpunkt von g mit der Parallelen von CB durch K; wird dieser noch an F gespiegelt, erhalten wir Eckpunkt A und das verlangte Dreieck ist konstruiert.