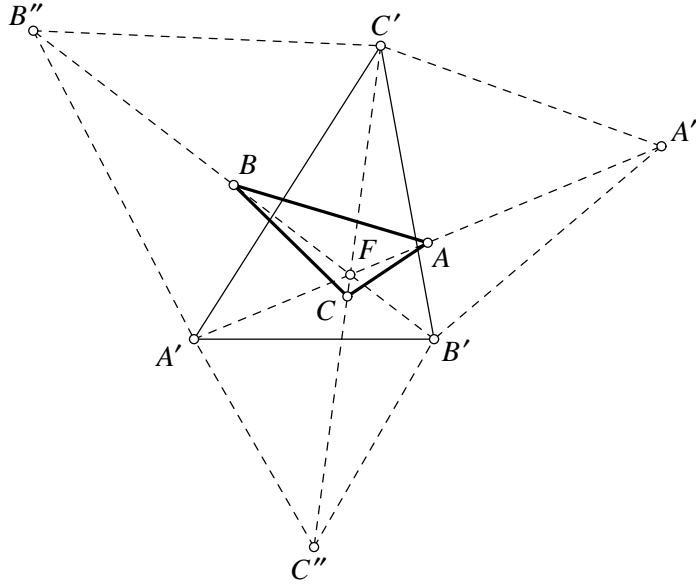


- B.53** Über jede Seite eines Dreiecks ABC , dessen Innenwinkel kleiner als 120° seien, werden gleichseitige Dreiecke BCA' , CAB' und ABC'' errichtet. Man (re)konstruiere $\triangle ABC$, wenn die Punkte A' , B' und C' gegeben sind.

B.53 (Bild) Die Aufgabenstellung gibt uns einen eindeutigen Hinweis auf das Problem von FERMAT (s. Aufgabe D.53). Danach ist der FERMAT-Punkt F derjenige Punkt im Innern eines



Dreiecks ABC , für den gerade $\angle AFB = \angle BFC = \angle CFA = 120^\circ$ gilt. Gleichzeitig ist er FERMAT-Punkt des Dreiecks $A'B'C'$ (s. Aufgabe D.54). Wiederholen wir den Prozeß mit den aufgesetzten gleichseitigen Dreiecken nochmals, indem wir die Dreiecke $B'C'A''$, $C'A'B''$ und $A'B'C''$ errichten, so ist F ebenfalls der FERMAT-Punkt von $\triangle A''B''C''$. Außerdem ist klar, daß der gesuchte Eckpunkt A auf der Strecke $A'A''$, B auf $B'B''$ und C auf $C'C''$ liegt. Anstatt einen Schritt rückwärts zu gehen (von $\triangle A'B'C'$ zu $\triangle ABC$), gehen wir also einen Schritt vorwärts und anschließend zwei zurück. Um nun noch die Lagen zu berechnen, gehen wir von den Gleichungen

$$\begin{aligned} s &\equiv AA' = BB' = CC' = FA + FB + FC & \text{und} \\ A'A'' = B'B'' = C'C'' &= FA' + FB' + FC' \end{aligned} \quad (\text{B.101})$$

aus. Wegen $FA' = AA' - FA = s - FA$ und den analogen Gleichungen $FB' = s - FB$ und $FC' = s - FC$ folgt aus (B.101)

$$A'A'' = B'B'' = C'C'' = 3s - s = 2s = 2AA' = 2BB' = 2CC',$$

d. h., die gesuchten Eckpunkte A , B , C sind die Mittelpunkte der Strecken $A'A''$, $B'B''$ bzw. $C'C''$.