

C.26 Sei $n \geq 5$ und sei a_1, a_2, \dots, a_n eine Folge natürlicher Zahlen. Man beweise, dass man unter ihnen eine nichtleere Teilmenge auswählen kann und diese Zahlen so addieren und/oder subtrahieren kann, dass das Ergebnis durch n^2 teilbar ist.

C.26 Es gibt $2^n - 1$ nichtleere Teilmengen der a_i . Für $n \geq 5$ ist $2^n - 1 > n^2$ (einfacher Induktionsbeweis). Addiert man also die Zahlen in jeder der Teilmengen, so gibt es also zwei verschiedene Teilmengen, deren Summen den gleichen Rest bei Division durch n^2 lassen. Die Differenz dieser Summen ist also von der geforderten Form und durch n^2 teilbar.