

**C.5** Wie viele Tripel  $(x, y, z)$  ganzer Zahlen erfüllen die Gleichung

$$x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 12y - 14z - 29 = 0?$$

**C.5** Die Gleichung ist äquivalent zu  $(x-2)^2 + (y+8)^2 + (z-7)^2 = 146$ . Alle Zerlegungen von 146 in drei Quadrate sind aber  $144+1+1$ ,  $121+25+0$ ,  $121+16+9$ ,  $81+64+1$  und  $81+49+16$ . Beachten wir, dass es für alle Zahlen außer der 0 zwei Möglichkeiten gibt (wegen  $(-a)^2 = a^2$ ) und für drei verschiedene Summanden sechs unterschiedliche Reihenfolgen, für zwei verschiedene Summanden aber nur drei, so bekommen wir also insgesamt  $3 \cdot 8 + 6 \cdot 4 + 6 \cdot 8 + 6 \cdot 8 + 6 \cdot 8 = 192$  Lösungstriplets.