

**C.54 Satz von Sylvester.** Die Menge  $M$  von  $n$  Punkten in der Ebene habe folgende Eigenschaft: Auf jeder Geraden durch zwei Punkte aus  $M$  liegt wenigstens noch ein weiterer Punkt aus  $M$ . Man beweise: Alle Punkte aus  $M$  liegen auf einer Geraden!

**C.54** Betrachte unter allen Paaren (Punkt  $A$ , Gerade  $g$  durch zwei andere Punkte  $B, C$ ) das mit dem geringsten Abstand Punkt-Gerade. Dann gibt es auf  $g$  noch einen weiteren Punkt  $D$ . Liegen o. B. d. A.  $B, C$  und  $D$  in dieser Reihenfolge auf  $g$  und  $B$  und  $C$  auf der selben Seite des Lotfusspunktes von  $A$  auf  $g$ , so ist der Abstand von  $C$  zur Gerade durch  $B$  und  $A$  kleiner als der Abstand von  $A$  zu  $g$  – Widerspruch.  $\square$