

C.63 Ausgehend von den Zahlen $1, 2, 3, \dots, 4n-1$ darf man in jedem Schritt zwei Zahlen durch ihre Differenz ersetzen. Man beweise: Nach $4n-2$ Schritten bleibt eine gerade Zahl übrig.

C.63 Ist genau eine der beiden bei einem Schritt ausgesuchten Zahlen ungerade, so ist auch die Differenz ungerade. Sind beide gerade oder ungerade, so ist auch die Differenz gerade. Insgesamt sieht man, dass die Anzahl der ungeraden Zahlen zumindest modulo 2 konstant ist, also immer gerade oder ungerade bleibt. Zu Beginn ist diese Anzahl gerade, also muss die letzte Zahl gerade sein.