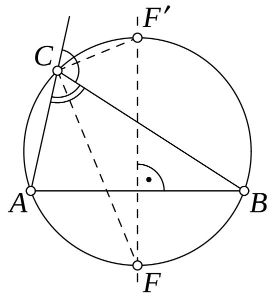
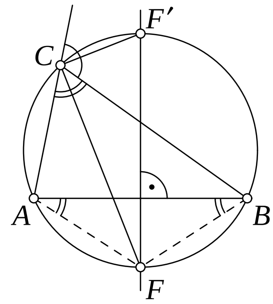
D.2 (Bild) In einem $\triangle ABC$ schneide die Mittelsenkrechte der Seite AB den Umkreis in den beiden Punkten F und F'. Dabei sollen C und F' auf derselben Seite bezüglich AB, C und F auf unterschiedlichen Seiten liegen. Man zeige, daß dann die Strecke CF den Innenwinkel $\measuredangle ACB$ sowie CF' den zugehörigen Außenwinkel halbiert.



D.2 *Beweis:* (Bild) Da F auf der Mittelsenkrechten von AB liegt, ist $\triangle AFB$ ein gleichschenkliges Dreieck. Daraus folgt, daß dessen Basiswinkel $\measuredangle ABF$ und $\measuredangle BAF$ einander gleich sind. Diese sind aber wegen $AF = BF$ gleichzeitig Peripheriewinkel über den gleichen Bögen AF und BF. Nach dem Peripheriewinkelsatz (s. Aufgabe K.1) ist somit



$$\measuredangle ACF = \measuredangle ABF = \frac{\gamma}{2}, \qquad \measuredangle BCF = \measuredangle BAF = \frac{\gamma}{2},$$

d. h., die Strecke CF ist tatsächlich Winkelhalbierende von $\measuredangle ACB \equiv \gamma$. Da ferner die Mittelsenkrechte einer Sehne stets durch den Mittelpunkt des Kreises geht, ist FF' ein Durchmesser und somit $\triangle FCF'$ nach dem Satz des THALES ein rechtwinkliges Dreieck. CF' steht also senkrecht auf der Winkelhalbierenden CF und ist damit Winkelhalbierende des Außenwinkels von γ (s. Aufgabe D.7). $\square$