

D.32 Wie lautet die trigonometrische Form des Satzes von CEVA, wenn anstelle der Abschnitte AZ, \dots, YA die sechs gegenüberliegenden Winkel verwendet werden?

D.32 (Bild) Bezeichnen wir die Winkel mit $\alpha_1, \dots, \gamma_2$ wie im Bild gezeigt, so finden wir für AZ und ZB mit Hilfe des Sinussatzes

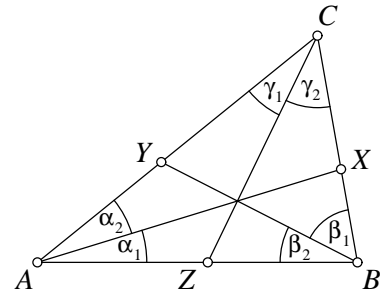
$$AZ = CZ \frac{\sin \gamma_1}{\sin \alpha}, \quad ZB = CZ \frac{\sin \gamma_2}{\sin \beta},$$

somit

$$\frac{AZ}{ZB} = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} \cdot \frac{\sin \beta}{\sin \alpha}.$$

Analog erhalten wir (durch zyklische Vertauschung)

$$\frac{BX}{XC} = \frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \cdot \frac{\sin \gamma}{\sin \beta}, \quad \frac{CY}{YA} = \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma}.$$



Die CEVASche Gleichung (D.2) schreibt sich dann als

$$\frac{\sin \alpha_1 \sin \beta_1 \sin \gamma_1}{\sin \alpha_2 \sin \beta_2 \sin \gamma_2} = 1 \quad \text{oder} \quad \sin \alpha_1 \sin \beta_1 \sin \gamma_1 = \sin \alpha_2 \sin \beta_2 \sin \gamma_2. \quad (\text{D.102})$$