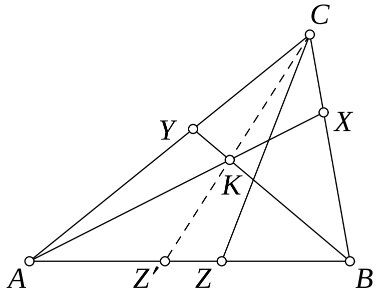
D.33 **Umkehrung des Satzes von Ceva.** Wenn das Produkt der Teilverhältnisse, das die Schnittpunkte der Ecktransversalen eines Dreiecks mit den Gegenseiten auf diesen bilden, den Wert 1 hat, dann schneiden sich die Ecktransversalen in einem Punkt. (Vgl. Aufgabe D.31.)

D.33 *Beweis:* (Bild) Wir führen den Beweis indirekt, indem wir annehmen, daß

$$\frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} = 1$$




erfüllt ist, wenn eine der Ecktransversalen $CZ$ *nicht* durch den Schnittpunkt $K$ der beiden anderen geht. Dann ziehen wir die Ecktransversale, die durch $K$ geht, und die $AB$ in $Z'$ schneiden möge. Dann sagt uns der Satz von Ceva, daß

$$\frac{AZ'}{Z'B} \cdot \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} = 1$$

gilt. Beide Gleichungen lassen sich jedoch wegen $AZ + ZB = AZ' + Z'B$ nur für $AZ/ZB = AZ'/Z'B$, also $AZ = AZ'$ und $ZB = Z'B$, d. h. schließlich $Z = Z'$ erfüllen, was im Widerspruch zu unserer Annahme $Z \neq Z'$ steht. $\square$