

D.37 Angenommen, die Ecktransversale g teilt die Seite AB im Punkt D im Verhältnis $z \equiv AD/DB$ (s. Bild oben). In welchem Verhältnis $z' \equiv AD'/D'B$ wird dann dieselbe Seite durch die a) isogonale Gerade, b) isotomische Gerade geteilt?

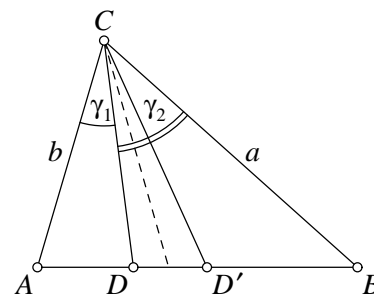
D.37 (Bild) a) Es sei $\gamma_1 \equiv \angle ACD = \angle BCD'$ und $\gamma_2 \equiv \angle BCD = \angle ACD'$. Nach dem Sinussatz gilt nun in den Dreiecken ACD , BCD , ACD' bzw. BCD' :

$$AD = \frac{b \sin \gamma_1}{\sin \angle ADC}, \quad DB = \frac{a \sin \gamma_2}{\sin \angle BDC} = \frac{a \sin \gamma_2}{\sin \angle ADC},$$

$$AD' = \frac{b \sin \gamma_2}{\sin \angle AD'C}, \quad D'B = \frac{a \sin \gamma_1}{\sin \angle BD'C} = \frac{a \sin \gamma_1}{\sin \angle AD'C},$$

somit

$$z = \frac{AD}{DB} = \frac{\sin \gamma_1}{\sin \gamma_2} \cdot \frac{b}{a}, \quad z' = \frac{AD'}{D'B} = \frac{\sin \gamma_2}{\sin \gamma_1} \cdot \frac{b}{a}, \quad zz' = \frac{b^2}{a^2}$$



oder $z' = \frac{b^2}{a^2} \cdot \frac{1}{z}$. b) Wegen $AD = D'B$ und $AD' = DB$ ist hier $z' = \frac{AD'}{D'B} = \frac{DB}{AD} = \frac{1}{z}$.

Bemerkung: Aus a) folgt für die Seitenhalbierende mit $z = 1$:

Eine Symmediane teilt die gegenüberliegende Dreieckseite im Verhältnis der Quadrate der anliegenden Seiten.