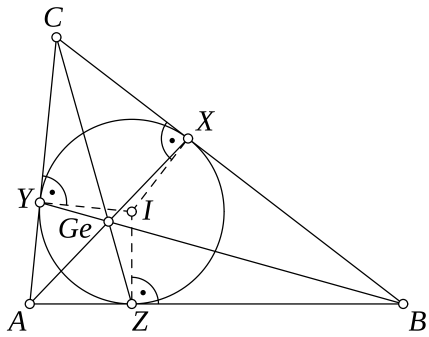
D.39 **Gergonnes Punkt.** In einem Dreieck ABC schneiden sich die Strecken AX, BY und CZ stets in einem Punkt Ge, wobei X, Y, Z die Berührungspunkte des Inkreises mit den Seiten BC, CA, AB sind.

D.39 *Beweis:* (Bild) Zunächst gilt offensichtlich stets die Identität $AZ \cdot BX \cdot CY = BX \cdot CY \cdot AZ$, unabhängig davon, welche Bedeutung diese Strecken auch haben mögen. Nun sind X, Y, Z die Berührungspunkte des Inkreises mit den Seiten, folglich sind AZ und YA gleich lange Tangentenabschnitte; ebenso gilt $BX = ZB$ und $CY = XC$. Setzen wir diese Beziehungen in die rechte Seite der obigen Gleichung ein, erhalten wir



$$\frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} = 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1.$$

Nach der Umkehrung des Satzes von CEVA folgt somit die Behauptung. $\square$