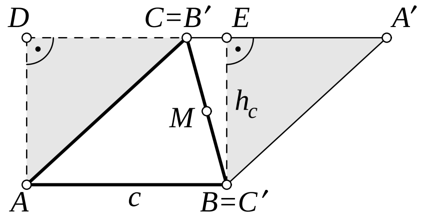
D.61 Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist gleich dem Produkt aus halber Seitenlänge und zugehöriger Höhe:

$$\varDelta = \frac{ah_a}{2} = \frac{bh_b}{2} = \frac{ch_c}{2}. \tag{D.4}$$

D.61 *Beweis:* (Bild) Drehen wir das gegebene Dreieck ABC um den Mittelpunkt M der Seite BC um $180°$, so geht A in A', B in $B' = C$ und C in $C' = B$ über, und $ABA'B'$ ist wegen $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ offensichtlich ein Parallelogramm. D und E seien die Lotfußpunkte von A bzw. B auf der Geraden $g(A', B')$. Dann ist nach Kongruenzsatz SWS $\triangle C'A'E \cong \triangle ACD$ und somit



$$2\Delta = [ABA'B'] = [C'A'E] + [ABEB'] = [ABED] = AB \cdot BE = ch_c.$$

Durch Drehung an den anderen beiden Seiten erhalten wir analog $2\,\Delta = ah_a = bh_b$. $\square$