

**D.66 Herons Formel.** Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist gleich

$$\Delta = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}. \quad (\text{D.9})$$

**D.66** *Beweis:* Um die Richtigkeit dieser Formel zu zeigen, benötigen wir nur ein wenig Trigonometrie. Nach dem Kosinussatz ist

$$\cos \alpha = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

und damit

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{\sqrt{-a^4 - b^4 - c^4 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2}}{2bc}.$$

Diesen Ausdruck setzen wir in  $\Delta = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$  ein:

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{1}{4} \sqrt{-a^4 - b^4 - c^4 + 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2} \\ &= \frac{1}{4} \sqrt{(a+b+c)(b+c-a)(c+a-b)(a+b-c)} = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}. \quad \square \end{aligned}$$