

**G.23** Für alle Dreiecke gilt:

$$\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma \leq \sin \frac{\alpha}{2} + \sin \frac{\beta}{2} + \sin \frac{\gamma}{2}. \quad \triangle \tag{G.24}$$

**G.23** *Beweis:* Ausgehend von

$$\cos \beta + \cos \gamma = 2 \cos \left( \frac{\beta + \gamma}{2} \right) \cos \left( \frac{\beta - \gamma}{2} \right) = 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \left( \frac{\beta - \gamma}{2} \right) \leq 2 \sin \frac{\alpha}{2}$$

sowie daraus analog folgend

$$\cos \gamma + \cos \alpha \leq 2 \sin \frac{\beta}{2}, \quad \cos \alpha + \cos \beta \leq 2 \sin \frac{\gamma}{2}$$

ergibt sich die Behauptung unmittelbar durch Addition der drei Ungleichungen.  $\square$