

G.32 Gerretsen-Ungleichungen.

$$4R^2 + 4Rr + 3r^2 \geq s^2 \geq 16Rr - 5r^2. \quad \triangle \tag{G.33}$$

G.32 *Beweis:* Hierfür sind (G.8) bis (G.10) einmal in

$$\tau_1^2 \tau_2^2 + 2\tau_1 \tau_2 \tau_3 + 9\tau_3^2 \geq 4\tau_1^3 \tau_3,$$

welche identisch mit

$$\mathcal{S}\{4, 2, 0\} + \mathcal{S}\{3, 3, 0\} + \mathcal{S}\{2, 2, 2\} \geq \mathcal{S}\{4, 1, 1\} + 2\mathcal{S}\{3, 2, 1\}, \quad (\text{G.108})$$

ist, und ein anderes Mal in (U.67) einzusetzen. (G.108) erhalten wir aus $\mathcal{S}\{4, 2, 0\} \geq \mathcal{S}\{4, 1, 1\}$ (Satz von MUIRHEAD) und $\mathcal{S}\{3, 3, 0\} + \mathcal{S}\{2, 2, 2\} \geq 2\mathcal{S}\{3, 2, 1\}$, die identisch mit (U.97) ist. \square