

$$\boxed{\text{G.61}} \quad \frac{3}{2}s < m_a + m_b + m_c < 2s. \quad \triangle \quad (\text{G.61})$$

**G.61** *Beweis:* (Bild) Wir wenden die Dreiecksungleichungen auf die Teildreiecke  $ABG$ ,  $BCG$  und  $CAG$  an, und berücksichtigen dabei, daß der Schwerpunkt  $G$  jede Seitenhalbierende drittelt:

$$\frac{2}{3}(m_a + m_b) > c, \quad \frac{2}{3}(m_b + m_c) > a, \quad \frac{2}{3}(m_c + m_a) > b.$$

Addition der Ungleichungen liefert die Abschätzung nach unten:  $\frac{3}{2}s < m$ . Für die Abschätzung nach oben ergänzen wir das Dreieck zu einem Parallelogramm  $ABA'C$  mit den Diagonalen  $a$  und  $2m_a$ . Die Dreiecksungleichung für das Teildreieck  $AA'C$  lautet dann:  $b + c > 2m_a$ . Analog erhalten wir mit anderen Ergänzungen die Ungleichungen  $c + a > 2m_b$  und  $a + b > 2m_c$ , deren Addition  $4s > 2m$  bzw.  $m < 2s$  ergibt.  $\square$

*Bemerkung:* Die Anwendung von Dreiecksungleichungen auf alle anderen möglichen Teildreiecke liefert lediglich die schwächere Abschätzung  $s < m < 3s$ .

