

**G.62** Wenn sich die Seitenhalbierenden  $m_b$  und  $m_c$  in einem Dreieck senkrecht schneiden, dann gilt  $\cos \alpha \geq \frac{4}{5}$ .

**G.62** *Beweis:* (Bild) Die Mittelpunkte der Seiten  $CA$  und  $AB$  seien  $E$  bzw.  $F$ . Mit  $\mathbf{a} = 0$  ist  $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\mathbf{c} - \mathbf{b}$  sowie  $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\mathbf{b} - \mathbf{c}$ . Damit erhalten wir

$$\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{CF} = \frac{5}{4} \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} - \frac{b^2 + c^2}{2} = 0.$$

Daraus folgt weiter

$$\mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = \frac{2}{5} (b^2 + c^2) \implies \cos \alpha = \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{c}}{bc} = \frac{4}{5} \cdot \frac{b^2 + c^2}{2bc} \geq \frac{4}{5},$$

letzteres nach der AM-GM-Ungleichung.  $\square$

