

**K.32** Seien  $P$  und  $Q$  zwei Punkte, die nicht mit dem Zentrum  $O$  eines Inversionskreises kollinear sind. Dann liegen sie zusammen mit den inversen Punkten  $P'$  und  $Q'$  auf einem gemeinsamen Kreis.

**K.32** *Beweis:* (Bild) Da  $P, P'$  und  $Q, Q'$  invers zueinander sind, gilt

$$OP \cdot OP' = OQ \cdot OQ' \quad \text{oder} \quad \frac{OP}{OQ} = \frac{OQ'}{OP'}$$

Die Dreiecke  $OPQ$  und  $OQ'P'$  sind somit ähnlich (da sie außerdem den Winkel bei  $O$  gemeinsam haben). Daraus folgt für die Innenwinkel  $\angle OPQ = \angle OQ'P'$ , und (da letzterer Nebenwinkel zu  $\angle QQ'P'$  ist):

$$\angle P'PQ + \angle QQ'P' = 180^\circ.$$

Nach der Umkehrung von Aufgabe V.21 ist  $P'PQQ'$  also ein Sehnenviereck.  $\square$

