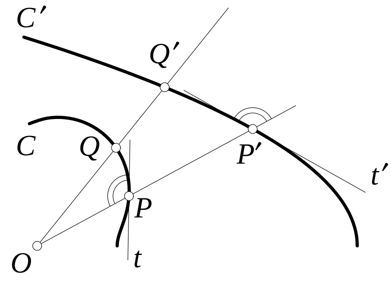
$\boxed{\text{K.34}}$ **Invarianz der Schnittwinkel von Kurven.** Bei einer Inversion bleibt der Winkel, unter dem sich zwei Kurven schneiden, unverändert.

K.34 *Beweis:* (Bild) Wir beweisen zunächst, daß der Winkel, den eine Kurve C mit einer Geraden durch das Inversionszentrum bildet, kongruent zu dem Winkel ist, unter dem die inverse Kurve C' dieselbe Gerade schneidet. P, P' und Q, Q' seien daher zwei inverse Punktepaare auf C bzw. C'. Die vier Punkte P, P', Q, Q' liegen sämtlich auf einem Kreis (vgl. Aufgabe K.32), so daß gegenüberliegende Winkel Supplementwinkel sind:



$$\measuredangle OPQ = \measuredangle OQ'P'.$$

Rücken wir nun mit dem Punkt Q immer näher an Punkt P auf der Kurve C heran, so wird aus der Sekante PQ die Tangente t und auf der inversen Kurve aus der Sekante $P'Q'$ die Tangente t'. Der Winkel $\measuredangle OPQ$ geht im Grenzfall gegen den eingezeichneten Winkel, dessen Supplementwinkel gegen den Grenzwinkel von $\measuredangle OP'Q'$ geht. Schneiden sich nun zwei beliebige Kurven, so ist der Schnittwinkel zwischen den Kurven natürlich der eingeschlossene Winkel der beiden Tangenten an die Kurven im Schnittpunkt. Damit läßt sich dieser allgemeinere Fall auf den Schnitt zweier Geraden zurückführen. Demzufolge bleibt der Schnittwinkel zweier Kurven bei der Inversion erhalten. □

Bemerkung: Während der Betrag des Schnittwinkels unverändert bleibt, kehrt sich jedoch die Richtung des Winkels um.