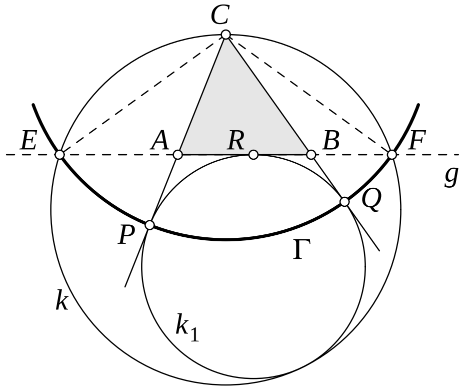
K.43 Gegeben sei ein Dreieck ABC mit seinem halben Umfang s. Die Punkte E und F liegen auf der Geraden AB mit $CE = CF = s$. Beweise, daß der Ankreis k_1 des Dreiecks ABC an die Seite AB den Umkreis k des Dreiecks EFC berührt.
(*Bulgarien, 1995*)

K.43 *Beweis:* (Bild) P und Q seien die Berührungspunkte des Ankreises k_1 mit den Verlängerungen der Seiten CA bzw. CB. Wegen

$$CP = CA + AR = CB + BR = CQ = s$$



(vgl. Aufgabe D.35) liegen die vier Punkte E, P, Q und F auf einem Kreis $\Gamma \equiv C_s$. Nehmen wir diesen Kreis als Inversionskreis und bezeichnen mit i eine Inversion an Γ. Dann ist, da $i(P) = P$ und $i(Q) = Q$, der Kreis k_1 orthogonal zu Γ und somit $i(k_1) = k_1$. Andererseits ist $i(E) = E$ und $i(F) = F$. Also ist $i(k) = g(A, B)$. Der Ankreis k_1 berührt jedoch AB, mithin muß der Umkreis k den Kreis k_1 ebenfalls berühren. $\square$