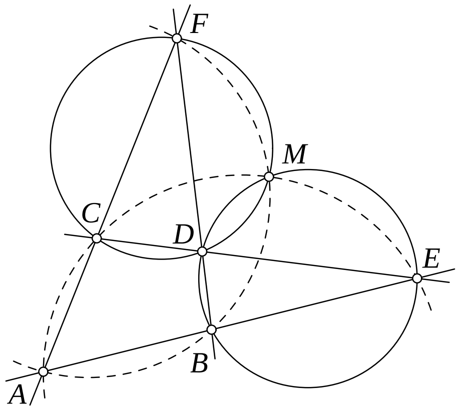
$\boxed{\mathsf{K.61}}$ **4-Miquel-Punkt.** Die Umkreise der vier Dreiecke, die durch die Seiten eines vollständigen Vierseits gebildet werden, schneiden sich in einem Punkt.

K.61 *Beweis:* (Bild) M sei als zweiter Schnittpunkt der Umkreise von $\triangle BDE$ und $\triangle CDF$ der 4-MIQUEL-Punkt. Eine kleine „Winkel-Jagd“ ergibt:

$$\begin{aligned}
\measuredangle CAE = \measuredangle FAB &= \measuredangle FBE - \measuredangle AFB && \text{(Außenwinkel in } \triangle FAB\text{)}\\
&= 180° - \measuredangle DME - \measuredangle AFB && \text{(Sehnenviereck } BEMD\text{)}\\
&= 180° - (\measuredangle CME - \measuredangle CMD) - \measuredangle AFB && \text{(Winkeldifferenz)}\\
&= 180° - \measuredangle CME && \text{(Sehnenviereck } CDMF\text{)}.
\end{aligned}$$



Nach der Umkehrung des Peripheriewinkelsatzes liegen A, C, M, E auf einem Kreis; M also auf dem Umkreis von $\triangle AEC$. Nun ist unsere Figur vom Standpunkt der projektiven Geometrie völlig symmetrisch einer Linie ADM, also sollte es nicht schwer fallen zu zeigen, daß $ABMF$ ebenfalls ein Sehnenviereck ist. Der Vollständigkeit halber schreiben wir alles ohne Kommentar hintereinander: $\measuredangle BAF = \measuredangle EAC = \measuredangle ECF - \measuredangle AEC = 180° - \measuredangle DMF - \measuredangle AEC = 180° - (\measuredangle BMF - \measuredangle BMD) - \measuredangle AEC = 180° - \measuredangle BMF$. Mit derselben Begründung wie oben liegt also M auch auf dem Umkreis von $\triangle ABF$. $\square$