

**L.13** In einem Raum sind  $n$  Personen und ein Tisch mit  $n$  Stühlen, an dem jede Person seinen festen Platz hat. Man bestimme die Anzahl der möglichen Sitzverteilungen, bei denen keiner an seinem eigenen Platz sitzt.

**L.13** Insgesamt gibt es  $n!$  Sitzverteilungen. Damit  $k$  feste Personen richtig sitzen, hat man  $(n - k)!$  Möglichkeiten, um die  $k$  auszusuchen nochmal  $\binom{n}{k}$  Möglichkeiten, also  $\binom{n}{k}(n - k)!$  Möglichkeiten, dass irgendwelche  $k$  Personen richtig sitzen. Ein- und Ausschluss liefert für die gesuchte Anzahl:

$$\begin{aligned} n! - n(n - 1)! + \binom{n}{2}(n - 2)! - \dots + (-1)^n \binom{n}{n}(n - n)! = \\ n! \left( 1 - \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} - \dots + (-1)^n \frac{1}{n!} \right). \end{aligned}$$

*Bemerkung:* Im Grenzwert  $n \rightarrow \infty$  ist also die Wahrscheinlichkeit, dass bei einer zufälligen Platznahme alle falsch sitzen, gerade  $e^{-1} \approx 0,37$ .