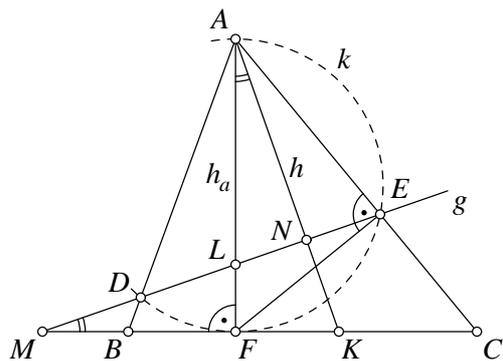


**M.26** Ein Kreis hat die Höhe  $h_a$  im Dreieck  $ABC$  als Durchmesser und schneidet die Seiten  $AB$  und  $AC$  in den Punkten  $D$  bzw.  $E$  (beide verschieden von  $A$ ). Beweise, daß der Umkreismittelpunkt von  $\triangle ABC$  auf der Höhe durch  $A$  des Dreiecks  $ADE$  oder dessen Verlängerung liegt.  
(10<sup>th</sup> Nordic Mathematical Contest, 1996)

**M.26** *Beweis:* (Bild)  $h$  sei diejenige Gerade, auf der  $A$  und der Umkreismittelpunkt von  $\triangle ABC$  liegen; sie schneide  $BC$  in  $K$  und  $g \equiv DE$  in  $N$ . Weiterhin sei  $F$  der Höhenfußpunkt von  $A$  im



Dreieck  $ABC$ ,  $L \equiv g \cap AF$  sowie  $M \equiv g \cap BC$ . Somit ist  $g \perp h$  zu zeigen.  $\square$

Wir eröffnen die Winkel-Jagd mit der Feststellung, daß  $FE$  offenbar die Höhe im  $\triangle AFC$  ist (THALES-Kreis  $k$ ), woraus  $\angle EFC = 90^\circ - \gamma$  folgt. Ferner gilt  $\angle DEF = \angle DAF = 90^\circ - \beta$ . Im Dreieck  $MEF$  ist somit nach dem Außenwinkelsatz:  $\angle EMF = \angle EFC - \angle DEF = \beta - \gamma$ . Diese Winkeldifferenz ruft sofort Aufgabe D.26 auf den Plan:  $\angle FAK$  beträgt ebenfalls  $\beta - \gamma$ . Damit wird  $\angle AKF = 90^\circ - (\beta - \gamma) = \angle MLF$ , d. h.,  $FKNL$  ist ein Sehnenviereck. Also müssen sich auch die beiden anderen gegenüberliegenden Winkel zu einem Gestreckten ergänzen:  $\angle LNK = 90^\circ$  oder  $g \perp h$ .  $\square$