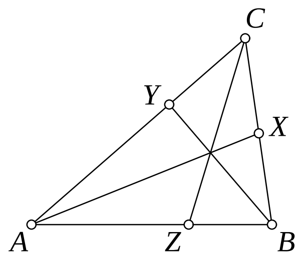
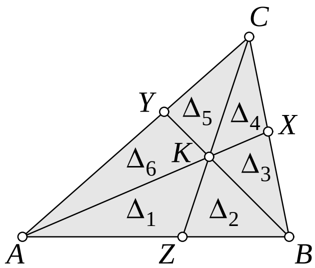
M.54 **Satz von Ceva.** (Bild) Wenn sich in einem $\triangle ABC$ die drei Ecktransversalen AX, BY und CZ in einem Punkt schneiden, dann hat das Produkt der Teilverhältnisse, das ihre Schnittpunkte mit den Gegenseiten auf diesen bilden, den Wert 1:

$$\frac{AZ}{ZB} \cdot \frac{BX}{XC} \cdot \frac{CY}{YA} = 1.$$



M.54 *Beweis:* (Bild) Die drei Ecktransversalen mögen sich in K schneiden und zerlegen die Dreiecksfläche in sechs Teilflächen, die wir mit $\mathit{\Delta}_i$ $(i = 1, 2, \ldots, 6)$ bezeichnen. Nach dem Satz der gemeinsamen Höhen gelten nun folgende Gleichungen:



$$\frac{AZ}{ZB} = \frac{\mathit{\Delta}_1}{\mathit{\Delta}_2} = \frac{\mathit{\Delta}_5 + \mathit{\Delta}_6 + \mathit{\Delta}_1}{\mathit{\Delta}_3 + \mathit{\Delta}_4 + \mathit{\Delta}_2} = \frac{\mathit{\Delta}_5 + \mathit{\Delta}_6}{\mathit{\Delta}_3 + \mathit{\Delta}_4},$$

$$\frac{BX}{XC} = \frac{\mathit{\Delta}_3}{\mathit{\Delta}_4} = \frac{\mathit{\Delta}_1 + \mathit{\Delta}_2 + \mathit{\Delta}_3}{\mathit{\Delta}_5 + \mathit{\Delta}_6 + \mathit{\Delta}_4} = \frac{\mathit{\Delta}_1 + \mathit{\Delta}_2}{\mathit{\Delta}_5 + \mathit{\Delta}_6},$$

$$\frac{CY}{YA} = \frac{\mathit{\Delta}_5}{\mathit{\Delta}_6} = \frac{\mathit{\Delta}_3 + \mathit{\Delta}_4 + \mathit{\Delta}_5}{\mathit{\Delta}_1 + \mathit{\Delta}_2 + \mathit{\Delta}_6} = \frac{\mathit{\Delta}_3 + \mathit{\Delta}_4}{\mathit{\Delta}_1 + \mathit{\Delta}_2}.$$

Multiplikation aller drei Gleichungen ergibt 1. $\square$