

M.63 Ist $ABCD$ ein Tangentenviereck mit dem Inkreismittelpunkt I , so gilt

$$\frac{AB}{CD} = \frac{AI \cdot BI}{CI \cdot DI}.$$

(14. Mathematik-Olympiade 1974/75, Klasse 10, Stufe 4)

M.63 *Beweis:* (Bild) Der auf der rechten Seite der behaupteten Gleichung stehende Ausdruck ist genau derjenige wie er auch in (M.8), dem Satz des gemeinsamen Winkels (s. Aufgabe M.53), auftritt. Um letzteren hier anwenden zu können, müssen wir nur zeigen, daß $\angle AIB$ und $\angle CID$ entweder gleich oder Supplementwinkel sind. Dies ist jedoch nicht schwer; s. Aufgabe V.32. Nach dem Satz des gemeinsamen Winkels gilt nun

$$\frac{AI \cdot BI}{CI \cdot DI} = \frac{[AIB]}{[CID]}; \quad \text{ferner} \quad \frac{[AIB]}{[CID]} = \frac{AB}{CD}$$

nach dem Satz der gemeinsamen Höhe (die hier der Inkreisradius $r = IK = IM$ ist). Beide Gleichungen ergeben die Behauptung. \square

