T.2 Symmetrische Polynome

In den Tabellen T.1 bis T.3 sind symmetrische Polynome

$$\mathcal{S}\{\nu_1, \dots, \nu_n\} = \frac{1}{n!} \sum_{\text{sym}} x_1^{\nu_1} \cdots x_n^{\nu_n}, \qquad (x_i > 0,\ \ \nu_i \geq 0)$$

aufgelistet, ausgedrückt durch die elementaren symmetrischen Funktionen $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ (s. Abschnitt U.3). Mit dem Zusatz „sym" unter dem Summenzeichen wird dabei die Summe über alle $n!$ Terme bezeichnet, die entstehen, wenn die n Variablen $(x_1, \dots, x_n)$ alle möglichen Permutationen durchlaufen.

Tabelle T.1. Symmetrische Polynome $\mathcal{S}\{p, q\}$, $p \geq q$ für $n = 2$ ausgedrückt durch die elementaren symmetrischen Funktionen $\sigma_1 \equiv a + b$ und $\sigma_2 \equiv ab$

Polynome 1. Grades	σ_1			
$\mathcal{S}\{1,0\} = a + b \equiv \sigma_1$	1			
Polynome 2. Grades	σ_1^2	σ_2		
$\mathcal{S}\{2,0\} = a^2 + b^2 \equiv s_2$	1	-2		
$\mathcal{S}\{1,1\} = 2ab \equiv 2\sigma_2$	0	2		
Polynome 3. Grades	σ_1^3	$\sigma_1\sigma_2$		
$\mathcal{S}\{3,0\} = a^3 + b^3 \equiv s_3$	1	-3		
$\mathcal{S}\{2,1\} = ab(a + b)$	0	1		
Polynome 4. Grades	σ_1^4	$\sigma_1^2\sigma_2$	σ_2^2	
$\mathcal{S}\{4,0\} = a^4 + b^4 \equiv s_4$	1	-4	2	
$\mathcal{S}\{3,1\} = ab(a^2 + b^2)$	0	1	-2	
$\mathcal{S}\{2,2\} = 2a^2b^2$	0	0	2	
Polynome 5. Grades	σ_1^5	$\sigma_1^3\sigma_2$	$\sigma_1\sigma_2^2$	
$\mathcal{S}\{5,0\} = a^5 + b^5 \equiv s_5$	1	-5	5	
$\mathcal{S}\{4,1\} = ab(a^3 + b^3)$	0	1	-3	
$\mathcal{S}\{3,2\} = a^2b^2(a + b)$	0	0	1	
Polynome 6. Grades	σ_1^6	$\sigma_1^4\sigma_2$	$\sigma_1^2\sigma_2^2$	σ_2^3
$\mathcal{S}\{6,0\} = a^6 + b^6 \equiv s_6$	1	-6	9	-2
$\mathcal{S}\{5,1\} = ab(a^4 + b^4)$	0	1	-4	2
$\mathcal{S}\{4,2\} = a^2b^2(a^2 + b^2)$	0	0	1	-2
$\mathcal{S}\{3,3\} = 2a^3b^3$	0	0	0	2