U.4 **Potenzieren.** Wenn $a > b > 0$, dann $a^m > b^m$ und $\sqrt[m]{a} > \sqrt[m]{b}$ für jede ganze Zahl $m \geq 2$. Allgemeiner gilt: Wenn $a > b > 0$, dann $a^r > b^r$ für jede rationale Zahl $r > 0$ und $a^r < b^r$ für jedes $r < 0$.

U.4 *Beweis:* Es sei $a > b > 0$. Nehmen wir nach Aufgabe U.7 $m$ identische Ungleichungen $a > b$, erhalten wir $a^m > b^m$. Nehmen wir weiterhin $\sqrt[m]{a} \leq \sqrt[m]{b}$ an, dann folgt daraus nach obigem Resultat $(\sqrt[m]{a})^m \leq (\sqrt[m]{b})^m$, also $a \leq b$. Dies ist ein Widerspruch. Für $r > 0$ und $r \in \mathbb{Q}$ können wir $r = m/n$ $(m, n \in \mathbb{N})$ schreiben und erhalten $a^m > b^m$, somit $\sqrt[n]{a^m} > \sqrt[n]{b^m}$ oder $a^r > b^r$. Ist schließlich $r < 0$, dann folgt $a^{-r} > b^{-r}$ (da $-r > 0$) und weiter nach Aufgabe U.8: $1/a^{-r} < 1/b^{-r}$ bzw. $a^r < b^r$. $\square$