U.79 **Satz von Muirhead.** Eine notwendige und hinreichende Bedingung für die Vergleichbarkeit von $\mathcal{S}\{\nu_1, \ldots, \nu_n\}$ und $\mathcal{S}\{\nu'_1, \ldots, \nu'_n\}$, ν_i, $\nu'_i > 0$ ist, daß eine der Folgen (ν) und (ν') durch die andere majorisiert wird. Es gilt also

$$(\nu) \succ (\nu') \iff \mathcal{S}\{\nu_1, \ldots, \nu_n\} \geq \mathcal{S}\{\nu'_1, \ldots, \nu'_n\}. \tag{U.114}$$

Gleichheit tritt genau dann ein, wenn die (lexikographisch geordneten) Folgen (ν) und (ν') identisch oder alle x_i untereinander gleich sind.

U.79 *Beweis:* Um den notwendigen Teil zu zeigen, dürfen wir annehmen, daß (U.25) erfüllt ist und (U.27) für alle positiven (ν_i), (ν'_i) gilt. Setzen wir alle x_i gleich y, geht (U.27) über in

$$\mathcal{S}\{\nu_1, \ldots, \nu_n\} = \frac{1}{n!} \sum_{\text{sym}} y^{\nu_1 + \cdots + \nu_n} = y^{\sum \nu} \geq \mathcal{S}\{\nu'_1, \ldots, \nu'_n\} = y^{\sum \nu'} = y^{\sum \nu}.$$

Den hinreichenden Teil zeigen wir mittels vollständiger Induktion: Für $n = 2$ folgt der Satz aus dem Transformationslemma (U.27) (s. Bemerkung in der Lösung zu Aufgabe U.22).