

U.82 Für $a, b, c, d, e \geq 0$ gilt

$$(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2)(a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + e^3) \geq 25abcde.$$

U.82 *Beweis:* Wir benötigen zwei Schritte: den ersten nach CAUCHY-SCHWARZ und den zweiten nach AM-GM:

$$\begin{aligned}(a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2)(a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + e^3) &\geq \left(a^{\frac{5}{2}} + b^{\frac{5}{2}} + c^{\frac{5}{2}} + d^{\frac{5}{2}} + e^{\frac{5}{2}}\right)^2 \\ &\geq 5^2 \left(a^{\frac{5}{2}} b^{\frac{5}{2}} c^{\frac{5}{2}} d^{\frac{5}{2}} e^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{2}{5}} = 25abcde. \quad \square\end{aligned}$$