

U.83 Es sei b_1, b_2, \dots, b_n eine beliebige Permutation der positiven Zahlen a_1, a_2, \dots, a_n .

Dann gilt:

$$\frac{a_1}{b_1} + \frac{a_2}{b_2} + \dots + \frac{a_n}{b_n} \geq n.$$

U.83 *Beweis:* Die Ungleichung ist eine direkte Konsequenz der AM-GM-Ungleichung, da

$$\frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{a_2}{b_2} \cdots \frac{a_n}{b_n} = 1. \quad \square$$