





---

# U

## UNGLEICHUNGEN

---

Mit Gleichungen umzugehen ist uns bestens vertraut. Wir müssen lediglich darauf achten, daß nur äquivalente Umformungen durchgeführt werden und kommen so von einer Gleichung zur anderen und mit etwas Glück zur gewünschten. Aufpassen müssen wir, daß nicht versehentlich durch „versteckte Nullen“ dividiert wird (darauf beruhen viele Beweise, die von einer richtigen Voraussetzung zu einem offensichtlich falschen Ergebnis führen) oder etwa beim Wurzelziehen, bei dem mitunter mehrere Lösungen entstehen. Dies alles sollte aus dem Schulunterricht hinlänglich bekannt sein.

Interessant wird es dagegen, wenn wir mit Ungleichungen rechnen, wobei es einige Regeln mehr zu beachten gilt. Da in vielen Mathematikbüchern Ungleichungen äußerst stiefmütterlich behandelt werden, wollen wir hier etwas tiefer in dieses Gebiet eindringen und beginnen mit den elementaren Rechenregeln (Abschnitt U.1). Daran anschließend wird das Standard-Repertoire an Ungleichungen mit reellen Zahlen vorgestellt (Abschnitt U.2). Diese fundamentalen Ungleichungen, die eher selten im Mathematik-Unterricht behandelt werden, sind unerlässlich zur Lösung von Olympiadaufgaben.

Es ist nicht leicht, allgemeingültige Lösungsstrategien aufzustellen. Dennoch laufen viele Beweise nach einem gewissen Schema ab; wir widmen uns im Abschnitt U.3 den einfachen „Tips und Tricks“, mit denen sich eine Vielzahl von Ungleichungen beweisen lassen. Abschnitt U.4 ist den elementaren symmetrischen Funktionen gewidmet. Den Abschluß bildet eine „querbeet“-Sammlung von Übungsaufgaben. Ausgenommen sind bei all dem geometrische Ungleichungen, die in Kapitel G zu finden sind.

Klassische Literatur zum Thema Ungleichungen sind die Bücher [Har52], [Mit64], [Mit70], auch neuere wie [Clo98] und insbesondere [Her00], sind sehr empfehlenswert.