Aus diesen Identitäten lassen sich nun sehr leicht Ungleichungen in den elementaren symmetrischen Funktionen gewinnen: Auf den linken Seiten stehen klar positive Größen, also müssen auch die rechten Seiten positiv sein. Dort sind jedoch stets negative Summanden vorhanden, so daß diese auf die andere Seite der Ungleichung gebracht werden können. Aus (U.58) folgt z. B. $\sigma_1\sigma_2 - \sigma_3 \geq 0$ oder $\sigma_1\sigma_2 \geq \sigma_3$.

Es zeigt sich jedoch, daß einige dieser Ungleichungen nicht besonders „scharf“ sind. Man sagt, eine Ungleichung $x \geq y$ kann für x *verschärft* werden, wenn sie auch für ein größeres $y + \varepsilon$ mit $\varepsilon > 0$ gilt (ebenso für y, wenn sie für ein kleineres $x - \varepsilon$ gilt). Z. B. ist (U.57) $\sigma_1\sigma_2 \geq 3\sigma_3$ klar schärfer als (U.58) $\sigma_1\sigma_2 \geq \sigma_3$.

Wie gelangen wir nun zu den interessanten scharfen Ungleichungen? Ganz einfach: Wir setzen in (nichtnegative) quadratische Ausdrücke möglichst viel Differenzen ein! Auf diese Weise lassen sich mit etwas Aufwand folgende Ungleichungen gewinnen: