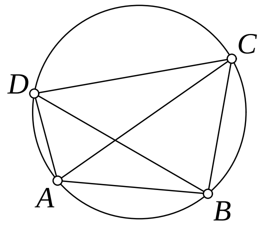
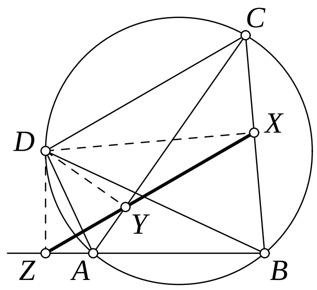
V.26 **Satz des Ptolemäus.** (Bild) In einem konvexen Sehnenviereck ist die Summe der Produkte gegenüberliegender Seitenlängen gleich dem Produkt der Diagonalenlängen:

$$AB \cdot CD + BC \cdot AD = AC \cdot BD. \tag{V.2}$$



V.26 *Beweis:* (Bild) Wir nehmen ein Dreieck ABC sowie einen weiteren Punkt D auf dessen Umkreis, so daß $ABCD$ tatsächlich ein Sehnenviereck ist. Nach Aufgabe D.45 liegen die Fußpunkte X, Y, Z der Lote von D auf der SIMSON-Geraden XYZ, für die als zur Strecke entartetes Lotfußpunktdreieck gerade die Dreiecksungleichung zur Gleichung wird. Die Strecken XY, YZ, XZ sind nach Aufgabe D.81:



$$XY = \frac{AB \cdot CD}{2R}, \quad YZ = \frac{BC \cdot AD}{2R}, \quad XZ = \frac{AC \cdot BD}{2R},$$

wobei R der Radius des Umkreises ist. Eine Addition der drei Gleichungen und Multiplikation mit $2\,R$ ergibt die Behauptung. □