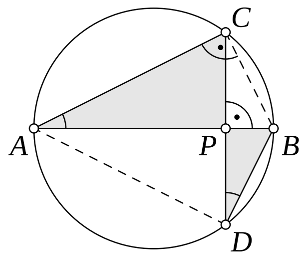
$\boxed{\text{W.14}}$ Gegeben sei ein Kreis mit dem Durchmesser $d \equiv AB$. Eine zu AB senkrechte Gerade schneidet AB in P und den Kreis in C und D. Die Umfänge der Dreiecke APC und BPD verhalten sich zueinander wie $2 : 1$. Wie groß ist unter diesen Voraussetzungen das Verhältnis $AP : PB$?
(*39. Mathematik-Olympiade 1999/2000, Klasse 10, Stufe 3*)

W.14 (Bild) Es ist nicht schwer zu erkennen, daß die beiden betrachteten Dreiecke APC und BPD zueinander ähnlich sind. Außer im rechten Winkel bei P stimmen sie noch in den Winkeln $\measuredangle CAP = \measuredangle CAB = \measuredangle CDB = \measuredangle PDB$ überein, die Peripheriewinkel über der Sehne BC des Umkreises sind. Für den Ähnlichkeitsfaktor gilt somit:



$$\lambda \equiv \frac{CP}{PB} = \frac{AP}{PD} = \frac{AC}{DB} \tag{W.109}$$

und daher nach Voraussetzung auch

$$\lambda = \frac{CP + AP + AC}{PB + PD + DB} = 2. \tag{W.110}$$

Da AB Durchmesser des Kreises ist, gilt ferner $CP = PD$ und somit nach (W.109) und (W.110): $AP = \lambda \cdot PD$, $PB = CP/\lambda$, also $AP/PB = \lambda^2 = 4$.