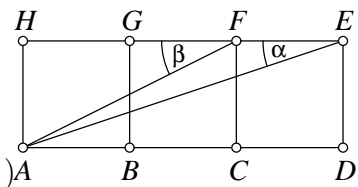


**W.15** (Bild) Gegeben sei ein aus drei kongruenten Quadraten zusammengesetztes Rechteck. Man zeige ohne Benutzung trigonometrischer Formeln, daß die Summe der Winkel  $\alpha$  und  $\beta$  gleich  $45^\circ$  ist.

(3. Mathematik-Olympiade 1963/64, Klasse 10, Stufe 4)



**W.15** *Beweis:* (Bild) Spiegeln wir die drei Quadrate an der unteren Kante, so erkennen wir, daß die rechtwinkligen Dreiecke  $AHF$  und  $EFN$  kongruent sind (z. B. SSS). Daher ist  $\triangle AFN$  gleichschenkelig mit den Basiswinkeln

$$\angle FNA = \angle FAN = \angle FAD + \angle DAN.$$

$\beta = \angle HFA = \angle FAD$  und  $\alpha = \angle DAN = \angle ANK$  sind jeweils Wechselwinkel an geschnittenen Parallelen, so daß aus obiger Gleichung

$$\angle FNA = 90^\circ - \alpha - \beta = \angle FAN = \alpha + \beta$$

folgt. Daraus ergibt sich unmittelbar die Behauptung  $\alpha + \beta = 45^\circ$ .  $\square$

