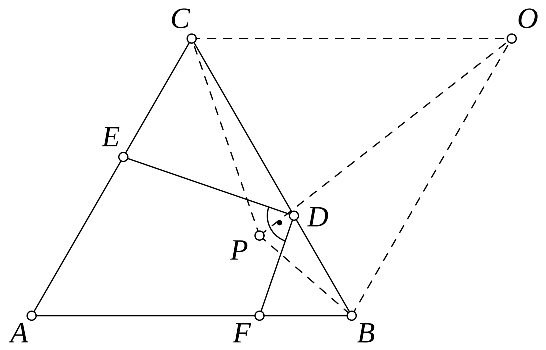
W.35 Von einem Punkt P im Innern eines gleichseitigen Dreiecks ABC werden die Lote auf die Seiten BC, CA, AB gefällt; die Lotfußpunkte seien D, E, F. Es ist der geometrische Ort aller Punkte P zu bestimmen, für die $\measuredangle FDE$ ein Rechter ist.
(*Irland, 1997*)

W.35 (Bild) Rechtwinklige Lotfußpunktdreiecke haben wir bereits in Aufgabe D.82 betrachtet, so daß wir uns hier kurz fassen können. Demnach ist für $\measuredangle FDE = 90°$ die Winkelbeziehung



$\measuredangle BPC = 90° + \measuredangle BAC = 150°$ notwendig. Dieser Winkel ist somit (unabhängig von der Lage von P) konstant, woraus folgt, daß P auf einem Kreisbogen mit BC als Sehne liegt. Den zugehörigen Mittelpunkt O des Kreises können wir ermitteln, wenn wir den Spezialfall nehmen, daß das $\triangle BPC$ gleichschenklig ist. Dann ist $\measuredangle BOP = \measuredangle COP = 30°$, $\measuredangle OBP = \measuredangle OCP = 75°$ und nach dem Innenwinkelsatz auch $\measuredangle OPB = \measuredangle OPC = 75°$, beide Dreiecke BOP und COP damit gleichschenklig sind. Hieraus folgt $OP = OB = OC$; der gesuchte Mittelpunkt O ist also gerade der gespiegelte Punkt von A an der Seite BC.