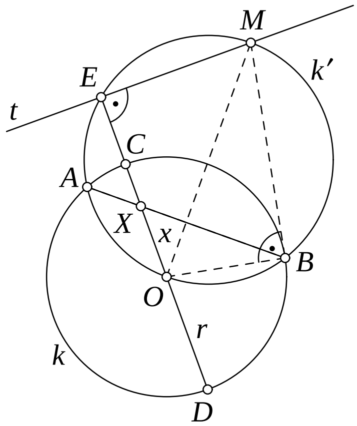
$\boxed{\text{W.39}}$ Eine Gerade t habe keine gemeinsamen Punkte mit einem Kreis k mit dem Mittelpunkt O. Punkt E liegt auf t mit $OE \perp t$. M sei ein anderer Punkt auf t; MA und MB seien Tangenten an k mit den Berührungspunkten A und B; AB schneidet OE in X. Man beweise, daß X nicht von der Lage von M abhängt.
(*Lettland, 1997*)

W.39 *Beweis:* (Bild) Der einzig konstante Teil in der Aufgabenstellung besteht in der Strecke OE, auf der X liegt. Es genügt also, $EX = \text{const}$ oder $XO = \text{const}$ nachzuweisen. Aus $\measuredangle OEM = \measuredangle OBM = 90°$ folgt, daß A, B und E auf einem Kreis k' mit dem Durchmesser OM liegen. Bezeichnen wir noch die Schnittpunkte von OE mit dem Kreis k mit C, D, so haben wir genügend Sehnen in beiden Kreisen, daß uns der Rest mit Hilfe des Sehnensatzes nicht schwer fallen dürfte. Tatsächlich ist AB Sehne in beiden Kreisen, und es gilt mit $x \equiv XO$ und $r \equiv AO = CO = DO$:



$$EX \cdot XO = AX \cdot XB = CX \cdot XD,$$

$$(OE - x)x = (r - x)(r + x), \quad \text{oder} \quad x = \frac{r^2}{OE} = \text{const.} \; \square$$