

W.41 P sei ein beliebiger Punkt auf der Diagonalen BD eines Rechtecks $ABCD$. F sei die Projektion von P auf BC . H liegt so auf BC , daß $BF = FH$ ist. PC und AH schneiden sich in Q . Zeige $[APQ] = [CHQ]$.
(Niederlande, 1994)

W.41 *Beweis:* (Bild) Es soll die Flächengleichheit von zwei Dreiecken APQ und CHQ gezeigt werden, die an einem gemeinsamen Punkt Q „zusammenhängen“. Offensichtlich ist beiden nichts gemeinsam, wie also weiter? Dann ist es immer lohnenswert, beiden Dreiecken eine weitere gemeinsame Dreiecksfläche zuzuschlagen. Nehmen wir z. B. $[PHQ]$. Wenn $[APH] = [CHP]$ ($= [APQ] + [PHQ] = [CHQ] + [PHQ]$) gezeigt werden kann, sind wir fertig. Beide Dreiecke haben jetzt aber eine gemeinsame Seite PH . Der Beweis reduziert sich nun auf $PH \parallel AC$ (gleiche Höhe). Und dies ist die leichteste Übung: wegen $\triangle BFP \cong \triangle HFP$ (Kongruenzsatz SWS) sind $\angle PHF$ und $\angle ACB$ gleiche Stufenwinkel. \square

